

Época Normal

Semestral ☒ 1ª Chamada Anual 1ª Chamada ☐ 1º Teste ☐ 2º Teste ☐ Global
☐ 2ª Chamada 2ª Chamada ☐

Duração: 2 h 00 m Tolerância: 0 minutos

☐ Com Consulta

☒ Sem consulta

Docente: Ana Luísa Nunes / Mariana Carvalho

Data: 20 / 01 / 2007

Notas:

- Não é permitido o uso de calculadora gráfica.
- Leia com atenção as seguintes questões e apresente todos os cálculos e justificações convenientes.
- No final da prova deve numerar e indicar o número de folhas de exame que entrega. Deve entregar todas as folhas de rascunho que utilizou e o formulário.

(7V)

1. Considere a seguinte função real de variável real definida por $f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - 1, & \text{se } x > 0 \end{cases}$

- a) Determine, justificando, o domínio da função f . 0
- b) Verifique se a função f é contínua no seu domínio.
- c) A função é diferenciável em $x = 0$? Justifique.
- d) Determine, usando a definição de derivada num ponto, $f'(0^+)$.
- e) Pode garantir a existência de pelo menos um zero de f no intervalo $[-\frac{1}{2}, 1]$? Justifique.
- f) Pode aplicar o Teorema de Weierstrass no intervalo $[0, 1]$? Justifique.
- g) Determine as assíntotas verticais e horizontais do gráfico de f . ?

(5V)

2. Considere a seguinte função real de variável real definida por $g(x) = \ln(x^2 + 1)$. u

- a) Determine, justificando, o domínio da função g .
- b) Pode garantir a existência de um ponto $c \in]-2, 2[$ tal que $f'(c) = 0$? Justifique.
- c) Considere h uma função diferenciável em $\mathbb{R}$ tal que $h'(2) = 3$ e $h(2) = 1$. Determine $(g \circ h)'(2)$.
- d) Estude g quanto à monotonia e conclua que $g(x) \geq 0, \forall x \in D_g$.

(2V)

3. Sejam A, B e C matrizes de dimensões $3 \times n, r \times s$ e $z \times 2$, respectivamente. Determine os valores de n, r, s e z de modo a que as operações seguintes estejam bem definidas:

(Nota: Considere as alíneas independentes entre si)

- a) $A^2 B^T + C$;
- b) $(BC)^T A^T$;
- c) $(BA)^T - 5C$;
- d) $A^2 B^2$.

$$f(a) < f(b) < f(c)$$

$$(-2) \times (-2)$$

- (2,5V) 4. Discuta, em função dos parâmetros reais c e d , o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 2x + y = d \\ 3x + 2y + z = 0 \\ x + y + cz = 2 \end{cases}$$

- (1,7V) 5. No espaço vectorial de $\mathbb{R}^3$, verifique se S é um subespaço vectorial, sendo $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = z\}$.

- (1,8V) 6. Determine o espaço gerado pelo conjunto $A = \{(1, -1, 1, 0), (0, 1, -1, 1), (1, 0, 1, 0)\}$.

Bom Trabalho!

Ana Luísa Nunes e Mariana Carvalho