

Época Normal

Semestral



1ª Chamada



2ª Chamada

Duração: 1 h 30 m

Tolerância: 0 minutos



Com Consulta



Sem consulta

Docente: Ana Luísa Nunes e Mariana Carvalho

Data: 11 / 01 / 2008

Notas:

- As questões do Grupo I são de escolha múltipla e, para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta. Escreva na sua folha de exame a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se no Grupo I apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- No Grupo II apresente todos os cálculos e justificações convenientes.
- No final da prova deve numerar e indicar o número de folhas de exame que entregar. Deve entregar todas as folhas de rascunho que utilizou e o formulário.

[4V]

GRUPO I

1. Para um certo valor de k , a função f é contínua em $\mathbb{R}$ e definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , se \ x \leq 0 \\ \ln(x+k) & , se \ x > 0 \end{cases}$$

Qual o valor de k ?

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

2. A recta de equação $y = x$ é tangente ao gráfico de uma certa função f , no ponto de abcissa $x = 0$. Qual das seguintes expressões pode definir a função f ?

(A) $f(x) = x^2 + x$

(B) $f(x) = x^2 + 2x$

(C) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

(D) $f(x) = x^2 + x + 1$

3. Seja f uma função tal que a sua derivada no ponto de abcissa $x = 3$ é igual a 4. O valor do limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9} \text{ é:}$$

(A) 0

(B) $\frac{2}{3}$

(C) -2

(D) $\frac{4}{3}$

4. De uma função f , contínua no intervalo $[1,3]$, sabe-se que $f(1)=7$ e $f(3)=4$.

Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A) A função f tem pelo menos um zero no intervalo $[1,3]$.
- (B) A função f não tem zeros no intervalo $[1,3]$.
- (C) A equação $f(x)=5$ tem pelo menos uma solução no intervalo $[1,3]$.
- (D) A equação $f(x)=5$ não tem solução no intervalo $[1,3]$.

GRUPO II

[9V] 5. Considere a seguinte função real de variável real definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{1+x^2} & , se \ x < 0 \\ 2-e^{3x} & , se \ x \geq 0 \end{cases}$.

- a) Determine, justificando, o domínio de f .
- b) Estude a função f quanto à continuidade.
- c) Justifique se f é diferenciável para $x=0$.
- d) Calcule, usando a definição de derivada num ponto, $f'(0^+)$.
- e) Pode garantir a existência de pelo menos um zero no intervalo $[-1,0]$? Justifique.
- f) Diga, justificando, se f tem máximos e mínimos no intervalo $[-2,3]$.
- g) Determine as assíntotas horizontais do gráfico da função.

[7V] 6. Considere as funções $g(x) = \frac{x-1}{x} + \ln(x+1)$.

- a) Determine, justificando, o domínio da função g .
- b) Determine as assíntotas verticais do gráfico da função.
- c) Verifique que $g'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x+1}$.
- d) Justifique se pode garantir a existência de pelo menos um ponto $c \in]-0,5; 1[: g'(c) = 3$.
- e) Justifique se é igual a 2 o declive da recta tangente a g no ponto $x=1$.

Bom Trabalho!