

Época Normal

Semestral

☐

1ª Chamada

☒

2ª Chamada

Duração: 1 h 30 m

Tolerância: 0 minutos

☐

Com Consulta

☐

Sem consulta

Docente: Ana Luísa Nunes e Mariana Carvalho

Data: 25 / 01 / 2008

Notas:

- As questões do Grupo I são de escolha múltipla e, para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta. Escreva na sua folha de exame a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se no Grupo I apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- No Grupo II apresente todos os cálculos e justificações convenientes.
- No final da prova deve numerar e indicar o número de folhas de exame que entregar. Deve entregar todas as folhas de rascunho que utilizou e o formulário.

GRUPO I

[4V]

1. Considere a função f definida por $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.

O domínio de f é

(A) R^+

(B) $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$

(C) $R \setminus \{1\}$

(D) R

2. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^x & , x < 0 \\ 2 & , x = 0 \\ 3x + 2 & , x > 0 \end{cases}$$

Relativamente à continuidade da função f , no ponto 0, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) É contínua

(B) É contínua à esquerda e descontínua à direita

(C) É contínua à direita e descontínua à esquerda

(D) É descontínua à esquerda e à direita

3. De uma função f , de domínio R^- , sabe-se que a recta de equação $y = 2$ é assíntota do seu gráfico.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{e^x}$?

(A) $+\infty$

(B) $-\infty$

(C) 0

(D) 2

4. Seja f uma função tal que a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = 2$ tem declive 5. O

valor do limite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4}$ é

- (A) 0 (B) $\frac{5}{4}$ (C) $+\infty$ (D) $\frac{4}{3}$

GRUPO II

- [9,5V] 1. Considere a seguinte função real de variável real definida por $f(x) = \begin{cases} \sin x & , se \ x < 0 \\ e^{2x} & , se \ x \geq 0 \end{cases}$.

- Determine, justificando, o domínio de f .
- Estude a função f quanto à continuidade.
- Calcule, usando a definição de derivada num ponto, $f'(0^+)$.
- Pode garantir a existência de pelo menos um zero no intervalo $[-1,0]$? Justifique.
- Diga, justificando, se f tem máximos e mínimos no intervalo $[0,2]$.
- Determine, se existirem, as assíntotas verticais do gráfico da função.
- O declive da recta tangente ao gráfico de f no ponto $x = \pi$ é negativo? Justifique.

- [6,5V] 2. Considere as funções $g(x) = \ln(-x-3) + \frac{x-3}{x-1}$.

- Determine, justificando, o domínio da função g .
- Determine, se existirem, as assíntotas do gráfico da função.
- Verifique que $g'(x) = \frac{x^2 + 7}{(x-1)^2(x+3)}$.
- Justifique se pode garantir a existência de pelo menos um ponto $c \in]-5; -4[: g'(c) = -\frac{1}{2}$.

Bom Trabalho!