

Época Recurso ☒

Época Especial ☐

Duração: 1 h 30 m Tolerância: 0 minutos

☐ Com Consulta

☐ Sem consulta

Docente: Ana Luísa Nunes e Mariana Carvalho

Data: 14 / 02 / 2008

Notas:

- As questões do Grupo I são de escolha múltipla e, para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta. Escreva na sua folha de exame a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se no Grupo I apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- No Grupo II apresente todos os cálculos e justificações convenientes.
- No final da prova deve numerar e indicar o número de folhas de exame que entregar. Deve entregar todas as folhas de rascunho que utilizou e o formulário.

[4V]

GRUPO I

1. Considere a função f definida por $f(x) = e^{x^2+1}$.

O domínio de f é

- (A) $]1, +\infty[$ (B) $\mathbb{R}^+$ (C) $\mathbb{R}$ (D) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

2. Seja $g(x) = \begin{cases} 2x^2 + k & \text{se } x \leq 1 \\ -3x & \text{se } x > 1 \end{cases}$ $k \in \mathbb{R}$. O valor de k para o qual é possível aplicar o Teorema de Bolzano à função g , no intervalo $[-2, 2]$ é:

- (A) 1 (B) -3 (C) 0 (D) -1

3. Considere uma função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{5\}$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -4$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$

Em cada uma das opções seguintes, estão escritas duas equações, representando cada uma delas uma recta.

Em qual das opções as duas rectas assim definidas são as assíntotas do gráfico da função f ?

- (A) $y = 3$
 $x = 5$ (B) $y = x$
 $y = 3$ (C) $y = x$
 $x = 5$ (D) $y = -4$
 $x = 3$

4. Seja f uma função tal que a sua derivada no ponto de abscissa $x = 0$ é igual a 1. Sabendo que $f(0) = 0$,

qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 + x}$?

(A) 1

(B) 0

(C) $+\infty$

(D) -1

GRUPO II

- [9,5V] 1. Considere a seguinte função real de variável real definida por $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & , se \ x \leq 0 \\ (x+2) \times \ln(x) & , se \ x > 0 \end{cases}$.

- Determine, justificando, o domínio de f .
- Estude a função f quanto à continuidade.
- Calcule, usando a definição de derivada num ponto, $f'(0^-)$.
- Pode garantir a existência de pelo menos um $c \in [0,5;2]$ tal que $f(c) = c$? Justifique.
- Justifique se f tem máximos e mínimos no intervalo $[0,1]$.
- Determine, se existirem, as assíntotas verticais e horizontais do gráfico da função.
- O declive da recta tangente ao gráfico de f no ponto $x = -1$ é negativo? Justifique.

- [6,5V] 2. Considere as funções $g(x) = \frac{e^{3x}}{x^2 + x}$.

- Determine, justificando, o domínio da função g .
- Determine, se existirem, as assíntotas não verticais do gráfico da função.
- Verifique que $g'(x) = \frac{e^{3x}(3x^2 + x - 1)}{(x^2 + x)^2}$.
- Pode garantir a existência de pelo menos um ponto $c \in]-0,5; 1[$: $g'(c) = 1$? Justifique.

Bom Trabalho!