

1. Conceitos fundamentais:

- a) Dê o conceito de operação de desconto e faça a distinção entre desconto por dentro e desconto por fora.

R: Operação de desconto - Estando na posse dum título que nos dá o direito de receber uma dada quantia daqui a um determinado lapso de tempo, é a operação pela qual se recebe antecipadamente de uma terceira entidade o montante inscrito no título, deduzido de um prémio – juro - devido pela antecipação do recebimento.

Desconto por dentro – Na operação de desconto acima os juros são calculados sobre o montante em dívida, em RJS. (C.n.i)

Desconto por fora - Na operação de desconto acima os juros são calculados sobre o valor nominal do título, em RJS (V.n.i)

- b) Diga o que entende por taxa de juro nominal, taxa de juro efectiva e equivalência de taxas de juro.

R: Taxa de juro nominal é a taxa anual declarada pelo banco sempre que ocorra mais do que uma capitalização no ano (TAN).

Taxa de juro efectiva é a taxa de juro a que efectivamente está colocado um capital (ou seja no regime de juros compostos) quando a operação tem subjacente uma taxa nominal (com mais do que uma capitalização no ano).

Duas taxas de juro são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital, durante o mesmo lapso de tempo, produzem os mesmos juros, ou seja, o mesmo valor acumulado.

- c) Dê o conceito de renda financeira e de período da renda e faça a sua classificação quanto à taxa de juro.

R: Uma renda financeira é uma sucessão de fluxos de tesouraria periódicos, ou seja, com vencimento em momentos equidistantes e consecutivos. O período é o lapso de tempo, constante, entre dois termos consecutivos. Quanto à taxa de juro podem ser de taxa fixa – quando a taxa é única durante a vigência da renda ou de taxa variável (indexada) – quando a taxa é susceptível de ser alterada em função das condições do mercado financeiro.

2. Comente as seguintes afirmação, demonstrando e justificando tudo o que disser:

- a) Uma TAN de 12% com 12 capitalizações é equivalente a uma taxa efectiva de 3% ao trimestre.

R: É falsa pois a taxa efectiva mensal correspondente à TAN de 12% é de 1%. Então a equivalente taxa efectiva trimestral é $i_4 = (1 + i_{12})^3 - 1 = 3,0301\%$ e não de 3%.

- b) Indique o significado da expressão $58 a_{\overline{14}|1\%}$.

R: Representa o valor actual duma renda de 14 termos constantes e iguais a 58 unidades monetárias, imediata e postecipada, com uma taxa de juro por período de 1%

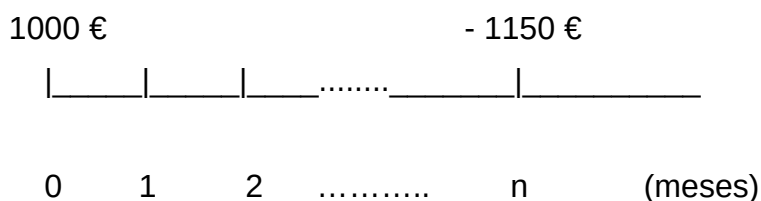
- c) A equivalência de capitais pode ser estabelecida tomando qualquer data como momento de referência e independentemente do regime de juro utilizável.

R: No RJS, em desconto por dentro fixa-se a taxa de juro e a respectiva taxa de desconto varia consoante o momento de referência escolhido para o estabelecimento. Em desconto por fora fixa-se a taxa de desconto e a taxa de juro equivalente varia da mesma forma de acordo com o momento de referência.

Deste modo, para evitar cálculos morosos, em RJS deve-se estabelecer a equação de equivalência de capitais no momento da conversão dos capitais (data da operação financeira), isto é, no momento zero e nunca num momento intermédio.

O facto das taxas de juro e desconto em RJC não dependerem de n , permite afirmar que as taxas de juro e de desconto a utilizar num problema de equivalência de capitais não dependem do momento escolhido para o seu estabelecimento. Dada uma taxa de juro, a sua equivalente de desconto não depende do momento escolhido. Então pode-se escrever a equação de valor no momento mais conveniente sem as preocupações atrás referidas para o RJS.

3. Considere um problema de equivalência de capitais traduzido no seguinte diagrama de fluxos financeiros:



TAN com capitalizações mensais - 8%

Determine, para as modalidades de desconto que conhece (desconto por dentro, desconto por fora e desconto composto), o valor da incógnita n (prazo) que torna os capitais equivalentes.

R: A taxa de juro (também de desconto por fora) mensal a utilizar em qualquer modalidade de desconto (RJS e RJC) é:

$$i_{12} = \frac{i(12)}{12} = \frac{8\%}{12} = \frac{0,08}{12} = d_{12}$$

Desconto por dentro

$$n = \frac{\frac{1150}{1000} - 1}{\frac{0,08}{12}} = 22,5 \text{ meses}$$

Desconto por fora

$$n = \frac{1 - \frac{1000}{1150}}{\frac{0,08}{12}} = 19,565 \text{ meses} = 19 \text{ meses} + 17 \text{ dias (aprox.)}$$

Desconto composto

$$n = \frac{\ln\left(\frac{1150}{1000}\right)}{\ln\left(1 + \frac{0,08}{12}\right)} = 21,034 \text{ meses} = 21 \text{ meses} + 1 \text{ dia (aprox.)}$$

4. Considere uma aplicação de 5.000 euros, em regime de juro composto e com a duração de 3 anos, vencendo juros às seguintes taxas: 1% ao trimestre no primeiro ano; 0,25% ao mês no segundo ano; 1,5% ao semestre no 3º ano. Determine o valor acumulado no fim do prazo e a taxa média (RJC) anual da operação.

R: Teremos que calcular, em RJC, o factor de capitalização para cada ano, já que as taxas são diferentes em cada um.

1º ano – O factor é $(1 + i_4)^4 = (1 + 0,01)^4 = 1,040604$

2º ano – O factor é $(1 + i_{12})^{12} = (1 + 0,0025)^{12} = 1,030416$

3º ano – O factor é $(1 + i_2)^2 = (1 + 0,015)^2 = 1,030225$

Para o prazo da aplicação (3 anos) o factor será o produto dos três factores calculados, ou seja:

$$h = 1,040604 \times 1,030416 \times 1,030225 = 1,1046639$$

O valor acumulado obtido é então $C_{xh} = 5.000 \times 1,1046639 = 5.523,32 \text{ euros}$

A taxa média é a taxa que substituindo todas as outras produz o mesmo valor acumulado. Como se pede a taxa anual e o prazo é de 3 anos teremos:

$$i_{(med)} = (1,1046639)^{\frac{1}{3}} - 1 = \left(\frac{5523,32}{5000}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{5523,32}{5000}} - 1 = 0,033737 = 3,3737\%$$

5. Qual o valor máximo da habitação que consegue adquirir recorrendo a um empréstimo bancário, se puder disponibilizar 550 euros por mês para esse efeito, a TAN for a Euribor a 6 meses (1,65%) acrescida de um “spread” de 2,85% e pretender liquidar o empréstimo através de prestações mensais constantes, imediatas e postecipadas, num prazo de 40 anos? Considere ainda que tem 12.500 euros para dar de entrada.

R:

TAN = 1,65 + 2,85 = 4,5%; n = 40*12=480 meses; P = 550,00 euros/mês; E = 12.500,00 euros

i12 = TAN/12 = 0,375%/mês.

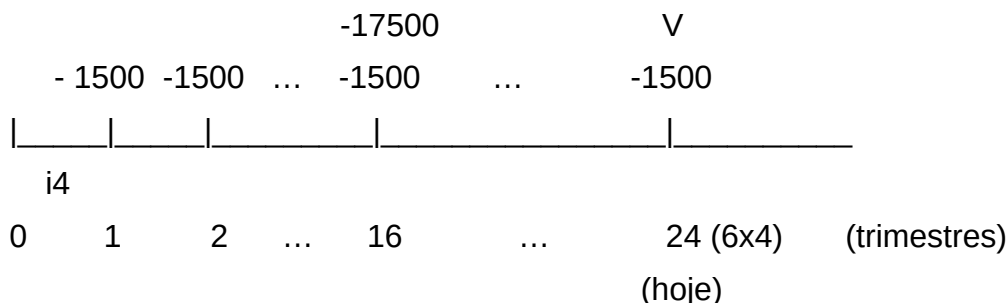
O valor máximo que se consegue disponibilizar hoje é o valor actual duma renda de 480 termos constantes postecipados de termo igual a 550 euros, com uma taxa de juro de 0,375% ao mês, acrescido dos 12.500 euros que possuímos para dar de entrada, ou seja:

DURAÇÃO – 2H00 + 30M TOLERÂNCIA

$$H = 12.500 + 550 a_{\overline{480}|0,375\%} = 12.500 + 550 \frac{1 - (1 + 0,00375)^{-480}}{0,00375} = 12.500 + 122.341,07 = 134.841,07 \text{ euros}$$

6. Um indivíduo depositou nos últimos 6 anos numa Instituição Bancária, trimestral e postecipadamente, a quantia de 1.500 euros de modo a poder, a partir de hoje, data em que se reformou, usufruir duma renda perpétua mensal postecipada que o ajude como complemento da sua reforma. Sabe-se ainda que no final do quarto ano da aplicação, tendo recebido 17.500 euros de um prémio do totoloto, o indivíduo depositou esse dinheiro na Instituição Bancária para reforço da sua aplicação. Considerando que a TAN, durante o prazo de aplicação – 6 anos - foi de 3,9 % com capitalização trimestral e que a taxa efectiva mensal a partir de hoje é de 0,25% ao mês, determine o valor da renda perpétua a receber.

Prazo de aplicação (últimos 6 anos):



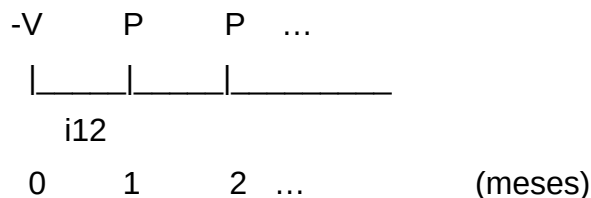
A taxa a considerar é a taxa trimestral $i4 = 3,9\%/4 = 0,975\%$. O indivíduo aplicou 1500 euros por trimestre, durante 24 trimestres e no momento 16 (ao fim de quatro anos = $4 \times 4 = 16$ trimestres) aplicou também o prémio recebido. O valor acumulado hoje é V, dado por:

$$V = \underbrace{17.500(1 + 0,00975)^{24-16}}_{\text{valor acumulado do prémio}} + \underbrace{1.500 S_{\overline{24}|0,975}}_{\text{valor acumulado dos depósitos}} = 18.912,50 + 1500 \frac{(1 + 0,00975)^{24} - 1}{0,00975}$$

$$V = 18.912,50 + 40.340,48 = 59.252,98 \text{ euros}$$

Reforma (a partir de hoje)

A taxa a considerar é de 0,25% ao mês ($i12$). O indivíduo vai aplicar a quantia V acumulada e receber perpetuamente a quantia P:



(hoje)

Sendo a renda perpétua postecipada o seu valor actual é dado por:

$$V = Pa_{\infty|i12} = P \frac{1}{i12} = \frac{P}{i12} \Leftrightarrow P = Vi12$$

$$\Leftrightarrow P = 59.252,98 * 0,0025 = 148,13 \text{ euros}$$