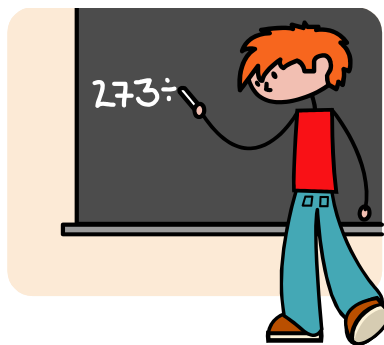




NOÇÕES BÁSICAS DE FINANÇAS

MÓDULO I

Ano 2013

1. Conceitos Básicos

Idéia – Base: “Tempo é dinheiro”

Uma das regras fundamentais da matemática financeira:

Desde que exista **capital** e exista **tempo**, existe sempre o vencimento dos **juros** (isto é, o juro zero pode ocorrer se e só se o capital for zero e / ou o prazo for zero).

Três variáveis fundamentais:

1. **Capital** – todo o conjunto de meios líquidos (moeda), cedidos durante um determinado período e produzindo uma certa remuneração para o seu proprietário.

C_0 – capital inicial ou valor actual (é o capital que é aplicado);

C_n – capital acumulado ou valor acumulado (é o capital no final do prazo de aplicação).

$$C_n = C_0 + Juros$$

2. **Tempo** – refere-se ao prazo durante o qual o capital é aplicado.

n – prazo de aplicação, expresso em unidades da taxa de juro.

3. **Juro** – pode ser visto de duas perspectivas:

Para quem recebe: “o juro é a remuneração do capital aplicado”

Para quem paga: “o juro é o preço da utilização do capital alheio”

J_n – juros produzidos durante o prazo de aplicação (Juros acumulados);

j_n – juro produzido durante um período de aplicação da taxa de juro (juro periódico);

i – taxa de juro.

Existem outros dois conceitos fundamentais associados aos regimes de capitalização:

- ✓ **Capitalização** – é o incremento do valor do capital à medida que o tempo decorre;

- ✓ **Desconto** ou **Actualização** – é o processo inverso da capitalização, consiste numa redução do valor do capital durante um determinado prazo.

2.Regimes de Capitalização

Dependendo do processo como é feita a liquidação dos juros, podemos ter dois regimes de capitalização distintos:

I - O REGIME DE JURO SIMPLES

(mais utilizado em operações de curto prazo)

Principais características:

- ✓ os juros são excluídos do processo de capitalização após o seu vencimento;
- ✓ o juro produzido em cada período é constante.

Fórmulas mais importantes:

- ✓ Fórmula geral de capitalização: $C_n = C_0 (1 + i.n)$ ou $C_n = C_0 + J_n$
- ✓ Juros acumulados: $J_n = C_0.i.n$
- ✓ Juro periódico: $j_n = C_0.i$

II - O REGIME DE JURO COMPOSTO

(mais utilizado em operações de longo prazo)

Principais características:

- ✓ os juros vencidos são imediatamente incorporados no processo de capitalização;
- ✓ o capital no início de cada período vai aumentando pela adição dos juros vencidos no fim do período imediatamente anterior, dando origem a juros crescentes (existe a contagem de juros sobre juros).

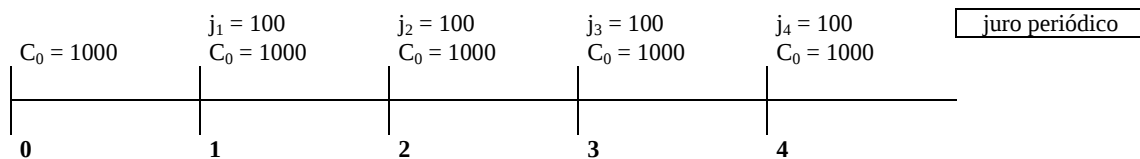
Fórmulas mais importantes:

- ✓ Fórmula geral de capitalização: $C_n = C_0 (1 + i)^n$ ou $C_n = C_0 + J_n$

- ✓ Juros acumulados: $J_n = C_0 [(1 + i)^n - 1]$
- ✓ Juro periódico: $j_n = C_0 (1 + i)^{n-1} \cdot i$

Exemplo: Considere um capital de 1000 contos aplicado durante 4 anos à taxa de 10% (anual):

I - Regime de Juro Simples:

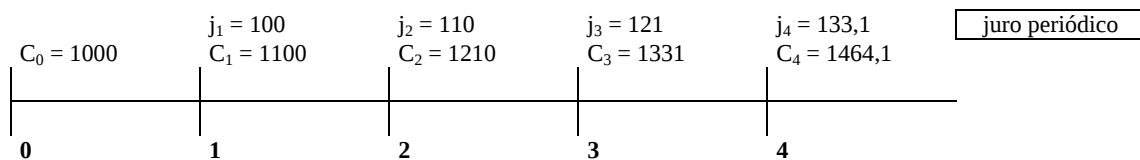


$$j_n = C_0 \cdot i \quad j_n = 1000 \times 0,10 = 100$$

$$J_n = j_1 + j_2 + j_3 + j_4 \quad J_n = 400 \quad \text{ou} \quad J_n = 1000 \times 0,10 \times 4 = 400$$

$$C_n = 1000 + 400 = 1400 \quad \text{ou} \quad C_n = 1000 (1 + 0,10 \times 4) = 1400$$

II - Regime de Juro Composto:



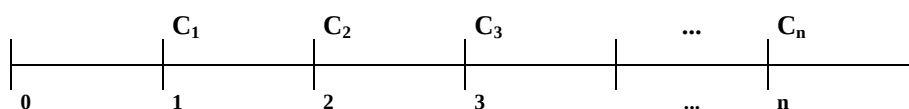
$$j_n = C_0 (1+i)^{n-1} \cdot i \quad \text{ou} \quad \begin{aligned} j_1 &= 1000 \times 0,10 = 100 \\ j_2 &= 1100 \times 0,10 = 110 \\ j_3 &= 1210 \times 0,10 = 121 \\ j_4 &= 1331 \times 0,10 = 133,1 \end{aligned}$$

$$J_n = j_1 + j_2 + j_3 + j_4 \quad J_n = 464,1 \quad \text{ou} \quad J_n = 1000 [(1+0,10)^4 - 1] = 464,1$$

$$C_n = 1000 + 464,1 = 1464,1 \quad \text{ou} \quad C_n = 1000 (1 + 0,10)^4 = 1464,1$$

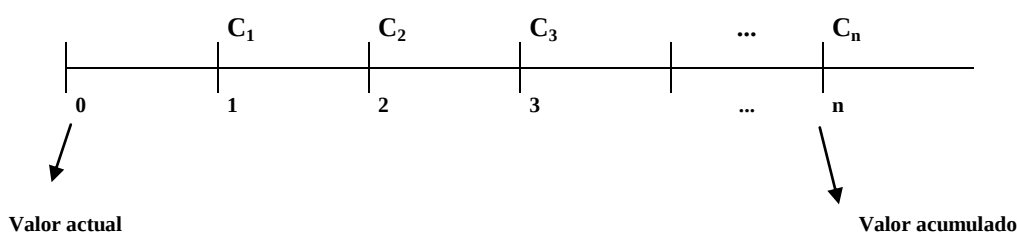
3. Rendas

Uma **Renda** é um conjunto de capitais (constantes ou variáveis), vencíveis em momentos equidistantes (isto é, o intervalo de tempo entre o vencimento de cada dois capitais é sempre constante).



- ✓ Cada um dos capitais da renda designa-se **termo** da renda: C_1 , C_2 , C_n
- ✓ É fundamental para o conceito de renda que o intervalo de tempo entre o vencimento de 2 termos consecutivos seja constante;
- ✓ Se os termos (capitais) se vencerem:
 - Anualmente – são anuidades;
 - Trimestralmente – são trimestralidades;
 - Semestralmente – são semestralidades;
 - Mensalmente – são mensalidades.

Valor Actual e Valor Acumulado



Valor actual – reporta-se ao início do primeiro período da renda e é constituído pela soma dos valores actuais de todos os termos que compõem a renda, também referidos a esse momento;

Valor acumulado – é referido ao final do último período da renda e é constituído pela soma dos valores acumulados de todos os termos que compõem a renda, também referidos a esse momento;

Nota: As rendas têm subjacentes os princípios do regime de juro composto (existe a capitalização de juros).

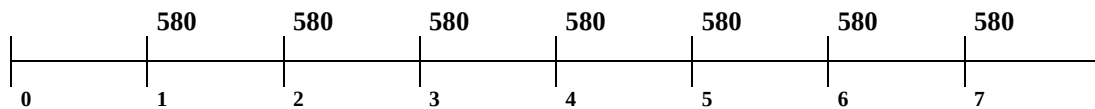
RENDAS DE TERMOS CONSTANTES

$$\text{Valor actual} = C \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$\text{Valor acumulado} = C \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Em que: C – é o valor constante dos termos (capitais);
 n – é o número de termos (capitais) da renda.

Exemplo: Considere a seguinte renda de termos anuais:



Utilizando uma taxa de juro de 15% ao ano, calcule o valor actual e o valor acumulado:

$$C = 580 \text{ €} \qquad n = 7 \text{ anuidades} \qquad i = 15\% \text{ (ano)}$$

$$\text{Valor actual} = 580 \frac{1 - (1 + 0,15)^{-7}}{0,15} = 2413,04$$

$$\text{Valor acumulado} = 580 \frac{(1 + 0,15)^7 - 1}{0,15} = 6418,74$$

4. Reembolso de Empréstimos

Empréstimo ou **Mútuo** é um contrato através do qual uma entidade coloca à disposição de outra, uma certa importância, obrigando-se esta a restituir o capital recebido, bem como o preço da utilização desse capital (o juro).

Tipos de empréstimos:

Critério: tipo de garantias exigidas

- EMPRÉSTIMO CAUCIONADO: existe um conjunto de valores (reais ou pessoais) que garantem o pagamento da dívida;
- EMPRÉSTIMO A DESCOBERTO: não existe qualquer garantia.

Critério: prazo de reembolso

- EMPRÉSTIMO PERPETUO: não existe um prazo de reembolso fixado.
- EMPRÉSTIMO TEMPORÁRIO: existe um prazo de reembolso previamente fixado.
Podemos ter:
 - EMPRÉSTIMOS DE CURTO PRAZO (reembolso < 1 ano);
 - EMPRÉSTIMOS DE MÉDIO E LONGO PRAZO (reembolso > 1 ano).

Critério: finalidade

- EMPRÉSTIMO DE APOIO À TESOURARIA: destinado a suprir deficiências temporárias de liquidez (óptica de financiamento de curto prazo);
- EMPRÉSTIMO DE APOIO AO INVESTIMENTO: destinado ao investimento (aumento da capacidade da empresa, sendo, por isso, um empréstimo de médio e longo prazo).

Um empréstimo implica sempre o pagamento do:

- ✓ **Capital:** - que pode ser pago no fim do prazo
- ou escalonadamente (por parcelas) ao longo do prazo.

- ✓ **Juro:**
- que pode ser pago no final do prazo;
 - ou no início do prazo (juros à cabeça);
 - ou escalonadamente (por parcelas) ao longo do prazo.

Existem assim diversas modalidades de amortização de empréstimos, resultantes da conjugação de diferentes formas de reembolso do capital e de pagamento de juros.

Iremos abordar os chamados Regimes Clássicos, que implicam o pagamento do capital e dos juros escalonadamente ao longo do prazo (em Regime de Juro Composto):

1. Modalidade de prestações constantes;
2. Modalidade de prestações variáveis com amortizações constantes de capital.

Para qualquer modalidade, as seguintes expressões são válidas:

$$\text{Prestação} = \text{juro} + \text{amortização de capital}$$

$$\text{Juro} = \text{Capital em dívida} \times \text{taxa de juro}$$

I - MODALIDADE DE PRESTAÇÕES CONSTANTES

Cálculo do valor da prestação (C):

$$\text{Empréstimo} = \text{Valor actual da renda}$$

$$\text{Empréstimo} = C \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Exemplo:

Um empréstimo de 5000 euros vai ser pago em 4 prestações anuais e constantes, incluindo juros à taxa de 10% (ano). Construa o quadro de reembolso deste empréstimo:

(em euros)

Anos	Capital em dívida no início	Prestação			Capital amortizado acumulado	Capital em dívida no fim
		Juro	Amortização de capital	Total		
1	5000	500	1077,35	1577,35	1077,35	3922,65
2	3922,65	392,27	1185,09	1577,35	2262,44	2737,56
3	2737,56	273,76	1303,60	1577,35	3566,04	1433,96
4	1433,96	143,40	1433,96	1577,35	5000	0
	1	2 = 1 x i	3 = 4 - 2	4	5 = Σ 3	6 = 1 - 3

Valor da prestação:

$$5000 = C \cdot \frac{1 - (1 + 0,10)^{-4}}{0,10} \Leftrightarrow 5000 = C \cdot 3,169865 \Leftrightarrow C = 1577,35$$

II - MODALIDADE DE PRESTAÇÕES VARIÁVEIS COM AMORTIZAÇÕES CONSTANTES DE CAPITAL

Cálculo do valor da amortização de capital:

$$\text{amortização de capital} = \frac{\text{Empréstimo}}{\text{nº de prestações}}$$

Exemplo:

Um empréstimo de 5000 euros vai ser pago em 4 prestações anuais, variáveis incluindo amortizações constantes de capital. A taxa de juro em vigor é de 10% (ano). Construa o quadro de reembolso deste empréstimo:

(em euros)

Anos	Capital em dívida no início	Prestação			Capital amortizado acumulado	Capital em dívida no fim
		Juro	Amortização de capital	Total		
1	5000	500	1250	1750	1250	3750
2	3750	375	1250	1625	2500	2500
3	2500	250	1250	1500	3750	1250
4	1250	125	1250	1375	5000	0
	1	2 = 1 x i	3	4 = 2 + 3	5 = Σ 3	6 = 1 - 3

Valor da amortização constante de capital:

$$\text{amrtização de capital} = \frac{5000}{4} = 1250$$