

CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE CÁLCULO FINANCEIRO

O VALOR TEMPORAL DO DINHEIRO

NUNO M.M. PAZ

Aluno Nº 20101046

RUI E.F. BRAGA

Aluno Nº 9901057

RESUMO: Descrevem-se os tipos de rendimento dos agentes económicos e as suas possíveis aplicações (consumo ou poupança). Analisam-se, na óptica do Cálculo Financeiro, os conceitos de juro, tempo e capital. Apresentam-se os conceitos de operação financeira, equivalência de capitais, juro (e taxa de juro), desconto (e taxa de desconto), capitalização e actualização. Explica-se o conceito de valor acumulado, valor descontado e valor actual de um capital. Descreve-se a representação dos problemas de Cálculo Financeiro sobre a forma de diagramas temporais (ou rectas do tempo).

INSTITUTO POLITÉCNICO DE COIMBRA

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

DEZEMBRO DE 2006

1. INTRODUÇÃO

O *rendimento* dos agentes económicos pode ser aplicado de duas formas diferentes: em consumo ou em poupança. As chamadas “*operações financeiras*” estão intimamente ligadas à aplicação do rendimento em poupança, sendo a base do chamado “*investimento financeiro*” da poupança. A génese do investimento financeiro reside no valor temporal do dinheiro – o *juro*. Assim para analisar um investimento financeiro (quer seja na perspectiva de cedência de moeda ou na óptica de financiamento) é necessário compreender a ligação que existe entre *capital*, *tempo* e *juro*. Estando o tempo presente em qualquer operação financeira e, variando valor de um capital com este factor, existe a necessidade de efectuar a equivalência entre capitais reportados a instantes de tempo diferentes. A equivalência entre capitais pode ser efectuada recorrendo a uma equação matemática, denominada *equação de equivalência* (ou de *valor*), que pode ser escrita através do conhecimento de dois processos (inversos um do outro): o processo de *capitalização* e de *actualização*. Ao longo dos capítulos seguintes serão abordados estes conceitos e será também introduzida a representação esquemática dos problemas de Cálculo Financeiro, muito útil na sua compreensão e resolução.

2. RENDIMENTO. APLICAÇÕES POSSÍVEIS.

Podemos definir rendimento como sendo o resultado da produção de bens e serviços num determinado período de tempo. No caso mais geral, o rendimento apresenta-se sobre a forma de moeda. O rendimento dos agentes económicos possui variadas origens e, de uma forma genérica, pode ser classificado em dois tipos: o rendimento do sector privado e o rendimento do sector público. No sector privado, o rendimento tem normalmente origem em quatro fontes: os salários (rendimento do trabalho), as rendas (rendimento da terra), o juro (rendimento do capital) e o lucro (rendimento resultante da actividade económica das empresas). O rendimento no sector público, denominado rendimento nacional, pode ser encarado como uma medida do fluxo de bens e serviços na economia do país.

Segundo a Teoria Económica, o rendimento pode ser aplicado de duas formas: em consumo ou em poupança. O consumo é o total de despesa em bens e serviços que tenham um tempo de vida definido e sejam utilizados de um modo específico. Do consumo não resulta qualquer retorno do capital investido. Com base na definição anterior, constata-se que o consumo pode ser feito em bens e serviços de carácter duradouro e não duradouro. A título indicativo considerem-se um automóvel e um sabonete, classificáveis, respectivamente, como bem de consumo duradouro e bem de consumo não duradouro. O rendimento excedente do consumo denomina-se por poupança. Também à luz da Teoria Económica, existem duas formas de aplicar a poupança: o entesouramento e o investimento. O entesouramento consiste em guardar a poupança (excedente do rendimento após consumo) sob a forma de moeda. O entesouramento não permite assim nenhum tipo de ganho ao longo do tempo. O investimento consiste em aplicar um determinado montante de poupança com o objectivo de o incrementar. O investimento pode ser concretizado essencialmente de duas formas distintas: em investimentos reais directos nos chamados bens de investimento (e.g. uma fábrica), ou através de investimentos financeiros (quer em depósitos bancários ou de outras instituições financeiras ou ainda através da aquisição de títulos (e.g. acções) nos mercados financeiros). Ao montante de moeda poupada e aplicada em investimento dá-se o nome de capital financeiro. A figura seguinte resume as possíveis aplicações do rendimento.

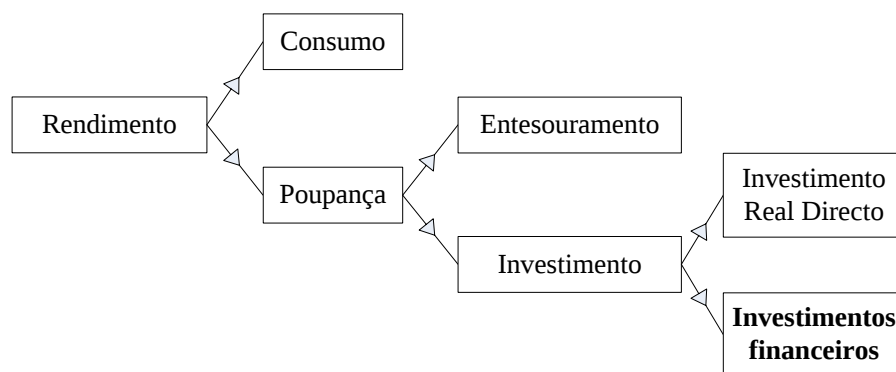


Figura 1: Aplicações do rendimento

3. CAPITAL, TEMPO E JURO

A essência do Cálculo Financeiro reside num único conceito – o **valor temporal do dinheiro**. É intuitivo que uma qualquer quantia não tem o mesmo valor consoante fique disponível imediatamente ou apenas daqui a algum tempo. Este facto é justificado pela chamada “*preferência pela liquidez*”, descrita pelo economista John Maynard Keynes. Segundo este economista temos preferência pela liquidez porque, estando na posse de activos líquidos, podemos escolher a forma de os aplicar (seja em consumo e/ou em poupança). Verifica-se assim que o tempo tem extrema importância em qualquer análise que envolva capitais e, portanto, é necessário atribuir-lhe um valor. Esse valor denomina-se **juro**. Pode então definir-se juro como sendo a remuneração de um capital financeiro, durante um certo prazo.

A existência do juro tem sido largamente discutida ao longo dos tempos. Na Idade Média já existiam estudos sobre o conceito de juro, sendo este considerado usura e até condenado pela Igreja Católica. Actualmente existem várias teorias que tentam explicar e justificar a existência do juro, destacando-se a da autoria de J.M. Keynes, referida anteriormente, e a teoria da “*preferência pelo tempo*”, da autoria da Escola Austríaca de Economistas, que afirma que a existência de juro deve-se à necessidade de indução de actividades económicas que consomem mais tempo e são mais produtivas. De uma forma sintética podemos afirmar que o juro existe por três razões, todas elas intimamente ligadas ao factor tempo:

1. **Privação da liquidez:** ao “cedermos” capital a *outrém* estamos a oportunidade de escolher o que fazer com o capital (consumo e/ou poupança).
2. **Perda do poder de compra:** a inflação faz com que o valor do dinheiro se altere ao longo do tempo.
3. **Risco:** ao “cedermos” capital não existe a garantia que o recuperemos.

A importância do factor tempo faz com que, na resolução de qualquer problema que envolva capitais reportados a diferentes momentos, exista a necessidade de homogeneizar os capitais numa mesma unidade, i.e., reportá-los ao mesmo momento. Em Cálculo Financeiro, podemos reportar os capitais ao mesmo instante de tempo através de uma equação matemática que traduz a equivalência entre os capitais envolvidos nesse momento – a *equação de equivalência* ou *de valor*. Para a construção correcta dessa equação é necessário ter em conta três factores, dos quais depende o juro:

1. **Capital**
2. **Tempo**
3. **(Taxa de) juro**

O juro varia directamente com qualquer dos factores anteriores, i.e., aumenta quando qualquer um deles aumenta e os outros dois se mantêm constantes e diminui quando qualquer um deles diminui, mantendo-se os restantes constantes.

Do exposto neste capítulo resulta a **regra de ouro** do cálculo financeiro:

“Para comparar ou operar com capitais é necessário que estes estejam reportados ao mesmo período de tempo”.

Em Cálculo Financeiro surgem dois tipos de problemas:

1. **Problemas de capital único:** onde pretende estabelecer-se uma equivalência entre dois ou mais capitais, capital a capital (e.g. “Quanto receberei, daqui a um ano, se efectuar hoje um depósito de 1.000 €, à taxa de juro anual 5%”).
2. **Problemas de conjunto de capitais:** onde pretende estabelecer-se uma equivalência entre um capital e um conjunto de capitais ou entre dois conjuntos de capitais (e.g. “Quanto receberei daqui a um ano se todos os meses depositar 100 € e a taxa de juro for de 2,5% ao ano?”).

Para melhor compreensão da aplicação da poupança em investimentos financeiros introduz-se no capítulo seguinte o conceito de operação financeira.

4. OPERAÇÕES FINANCEIRAS

Denomina-se por **operação financeira** qualquer operação de envolva a aplicação de poupança destinada a investimento onde estejam envolvidos simultaneamente os factores capital, tempo e taxa de juro. As operações financeiras são assim resultantes da aplicação da poupança em investimento financeiro.

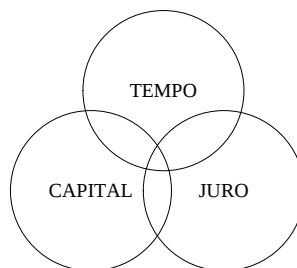


Figura 2 – Factores presentes numa operação financeira.

As operações financeiras podem dividir-se em operações de curto, médio ou longo prazo, consoante o seu horizonte temporal seja até um ano, de um a cinco anos ou a mais de cinco anos, respectivamente. Numa operação financeira intervêm, pelo menos, duas partes: o *mutuário* (o que pede emprestado - devedor) e o *mutuante* (aquele que empresta - credor). As instituições financeiras intervêm com frequência nas operações financeiras importando distinguir a situação em que estas têm subjacente o recebimento de juros – *operações activas*, e a situação em que estas têm subjacente o pagamento de juros – *operações passivas*.

Existem diversas fontes de legislação que determinam a actuação dos intervenientes nas operações financeiras:

- 1.o **Código Civil** que legisla sobre as operações financeiras não bancárias
- 2.o **Ministério das Finanças** que determina a actividade das instituições de crédito e outras instituições financeiras, sendo o **Banco de Portugal** a entidade reguladora desta actividade.
- 3.a **Comissão do Mercado de Valores Mobiliários** (CMVM) que regulamenta a actividade do mercado de valores mobiliários.

Para podermos entender a problemática das operações financeiras (equivalência de capitais) abordam-se seguidamente os conceitos inerentes ao cálculo de juros.

5. JURO E TAXA DE JURO.

Foi visto no capítulo anterior que existia uma relação estrita entre juro, tempo e capital. Se abordarmos essa relação do ponto de vista matemático podemos escrever a seguinte equação:

$$j = f(t, c) \quad (1.1)$$

em que j representa o juro, t , o tempo e c , o capital.

Se agora assumirmos axiomáticamente que o juro num determinado período de tempo é directamente proporcional ao valor do capital no início do período, podemos deduzir que o juro é obtido através da multiplicação do capital inicial por uma dada constante de proporcionalidade. A equação que traduz o juro pode então tomar a forma:

$$j_t = C_{in} \times r \quad (1.2)$$

em que j representa o juro, t , o período de tempo, C_{in} , capital no início, r , a constante de proporcionalidade. Esta constante tem a designação de taxa de juro e o seu valor está sempre associado a um período de tempo de referência. Podemos então escrever a equação 1.2 na forma:

$$j = C_{in} \times t \times i \quad (1.3)$$

em que t é o tempo decorrido desde a aplicação do capital e, i , é a taxa de juro. Importa desde já destacar dois aspectos importantes no cálculo de juros: a contagem do tempo e as unidades das variáveis *tempo* e *taxa de juro*. A contagem do tempo pode ser efectuado de diversos modos (e.g., dias ou meses). No primeiro caso, a contagem em dias, as metodologias de cálculo (denominadas Bases de Cálculo para a Contagem dos Dias) mais frequentes, são as seguintes:

Tabela 1 – Bases de Cálculo para a Contagem dos Dias

Base de Cálculo	Explicação
ACT/ACT (ou REAL/REAL)	<u>Numerador</u> : dias reais entre as duas datas, tendo em consideração a existência de anos bissextos. <u>Denominador</u> : dias reais do ano (365 se for ano comum, 366, se for ano bissexto).
ACT/365 (ou REAL/365)	<u>Numerador</u> : dias reais entre as duas datas, tendo em consideração a existência de anos bissextos. <u>Denominador</u> : dias reais do ano (365 mesmo que se trate de um ano bissexto).
ACT/360 (ou REAL/360)	<u>Numerador</u> : dias reais entre as duas datas, tendo em consideração a existência de anos bissextos. <u>Denominador</u> : 360 dias (independentemente de trate-se de um ano comum ou bissexto).
30(E)/360	<u>Numerador</u> : admite-se que todos os meses têm 30 dias e conta-se o prazo em conformidade com esta hipótese. <u>Denominador</u> : 360 dias (independentemente de trate-se de um ano comum ou bissexto).

De acordo com a legislação nacional em vigor, na contagem dos dias não deve incluir-se o próprio dia em que ocorrer o evento a partir do qual o prazo começa a contar (Artº 279, alínea b) do Código Civil).

Em relação às unidades em que estão expressos as variáveis tempo e a taxa de juro, deve ser cumprido um requisito básico que consiste em referenciá-los sempre à mesma unidade de tempo (e.g. se a taxa de juro é semestral, o tempo deverá ser expresso em semestres). A título de exemplo, considere-se o problema da determinação do juro resultante da aplicação de uma quantia de 1.000 € durante dois meses, à taxa anual de 5 %. A taxa de juro é referente ao período de um ano, enquanto que a contagem do tempo encontra-se feita em meses. Assim, para o cálculo correcto do juro a receber tem de fazer-se:

$$j = c \times \frac{t}{12} \times i \Leftrightarrow j = 1000 \times \frac{2}{12} \times 0.05 = 8.33\text{€} \quad (1.4)$$

Foi referido anteriormente que a taxa de juro era a constante de proporcionalidade entre o capital aplicado inicialmente e o juro gerado, após um período de tempo. Encarando a equação 1.3 do ponto de vista matemático, podemos definir de uma outra forma a taxa de juro: “a taxa de juro é a remuneração (juro) associada a uma unidade de capital durante uma unidade de tempo”. De facto para $C_{in} = t = 1$ a Equação 1.3 transforma-se em:

$$j = C_{in} \times t \times i \Leftrightarrow j = 1 \times 1 \times i \Leftrightarrow j = i \quad (1.5)$$

Vimos então que um determinado capital inicial, aplicado durante um determinado número de períodos de tempo sofre um acréscimo, consequência do vencimento de juros. Este facto pode ser expresso através da seguinte equação:

$$C_{fin} = C_{in} + J_t \quad (1.6)$$

A este processo de acréscimo que o capital sofre ao longo dos períodos de tempo dá-se o nome de **capitalização**, i.e., a capitalização é o processo que leva à formação de juros. A frequência com que em cada operação financeira se processa o juro designa-se por “*frequência*” ou “*período de capitalização*”. Apesar de sair do âmbito deste trabalho, importa referir que existem diferentes regimes de capitalização, cujo processo de geração de juro é diferente. Os dois regimes de capitalização diferem essencialmente pelo o que acontece no final de um período de capitalização. Nesse instante podem ocorrer duas coisas:

1. O juro sai do processo de capitalização, isto é, não vai gerar juro no(s) período(s) seguinte(s). Neste caso diz-se que vigora o *Regime de Juro Simples*, podendo ainda distinguir-se dentro dele dois sub-regimes – o *Regime de Juro Simples “Puro”* e *Regime de Juro “Dito” Simples*. No primeiro sub-regime, o juro produzido em cada período de tempo é efectivamente pago, enquanto que no segundo o juro produzido é simplesmente retido (i.e. ainda que não sendo pago, ele não vai gerar juro nos períodos seguintes). De forma resumida importa reter que em ambos os casos, o juro produzido num determinado período não irá gerar juro nos períodos seguintes.
2. O juro é incorporado no capital com que se vai iniciar o período de tempo seguinte, vindo ele próprio a gerar juro no período seguinte, ou seja, capitaliza. A este fenómeno, juro de juro, dá-se o nome de anoticismo. Nestas condições, estamos na presença do chamado *Regime de Juro Composto*.

A figura seguinte tenta sintetizar o exposto anteriormente relativamente aos diferentes regimes de capitalização.

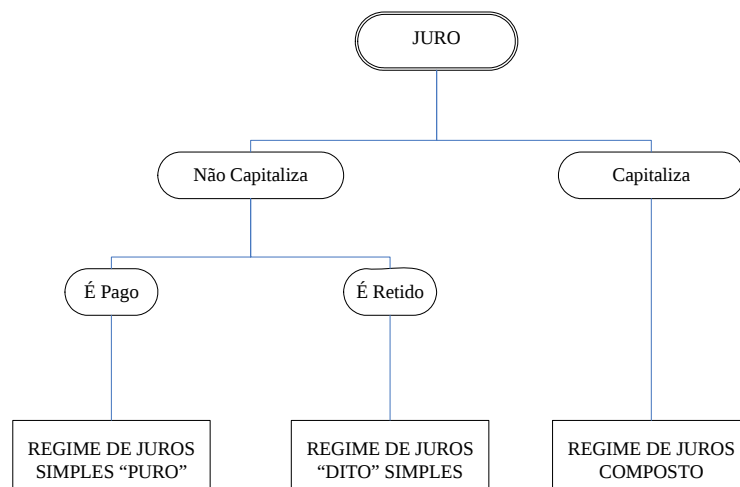


Figura 3 – Regimes de capitalização.

Foi visto que o processo de geração de juro ao longo de um período de tempo tem o nome de capitalização e que a compreensão deste processo é fundamental para a realização das operações financeiras. No capítulo seguinte irá ser estudado um outro processo importante, o processo de desconto ou actualização.

6. DESCONTO E TAXA DE DESCONTO.

O **desconto** (ou **actualização**) é o processo inverso da capitalização. Se um determinado capital produz juro num certo período de tempo t , e se considerarmos que o juro é o incremento do capital inicialmente aplicado, o desconto será o valor desse capital num momento anterior a t . Enquanto que o processo de capitalização transforma o capital inicial num capital superior, o desconto transforma o capital num valor inferior. O processo de desconto é aplicável quando pretendemos reportar o valor de um capital futuro a um momento interior e, portanto, é bastante útil do ponto de vista das operações financeiras. Sendo um conceito semelhante ao juro, também a actualização depende do tempo, antecipação do vencimento e do capital em referência. Esta dependência pode ser representada por uma proporcionalidade directa e, à constante de proporcionalidade dá-se o nome de taxa de desconto. Podemos então escrever a seguinte equação:

$$d_t = C_{in} \times r \quad (1.7)$$

em que C_{in} , é o capital no início, d , representa o desconto, t , o período de tempo, e r , a constante de proporcionalidade. Se o juro é o incremento sofrido por um capital quando aplicado durante um período de tempo então o desconto é a redução que esse capital sofre quando descontado durante esse período de tempo. Podemos então escrever:

$$C_{in} = C_{fin} - d_t \quad (1.8)$$

em que C_{fin} representa o capital no final do período e os restantes termos têm o mesmo significado anteriormente atribuído.

Com base no processo de capitalização e no processo de actualização (ou desconto) podemos reportar capitais ao mesmo instante de tempo e assim escrever a equação de equivalência de capitais. No capítulo seguinte introduzem-se os conceitos de valor acumulado e valor actual de um capital, ligados ao processo de capitalização e de actualização, respectivamente.

7. VALOR ACUMULADO E ACTUAL DE UM CAPITAL.

Vimos que o valor de um capital varia ao longo do tempo em que é cedido. Então para definirmos os seu valor precisamos de referenciar-nos a um instante de tempo. Por convenção utiliza-se normalmente o momento actual como o momento de referência. Ao valor desse capital nesse momento de referência dá-se o nome de **valor actual**. No entanto, o momento de referência pode não ser o momento do vencimento desse capital e portanto haverá um momento posterior ao momento de referência. Ao valor desse capital nesse momento posterior dá-se o nome de **valor acumulado**. Tendo em conta que o desconto é o processo inverso da capitalização, podemos afirmar que o **valor descontado** de um capital acumulado é o seu valor actual. Como exemplo, considere-se um capital, C_0 (aplicado no momento de referência 0), que produz juro, j , quando aplicado durante um período de tempo, t . No final desse período, t , teremos:

$$C_t = C_0 + j_t \quad (1.9)$$

em que C_t é o valor acumulado de C_0 durante o período t . Inversamente, teremos que C_0 é o valor actual (ou descontado) do capital C_t , ou seja:

$$C_0 = C_t - j_t \quad (1.10)$$

Pode então afirmar-se que o valor actual de um capital será sempre o seu valor no momento de referência e que, para momentos posteriores ao de referência teremos valores acumulados e, para momentos anteriores ao de referência, teremos valores descontados. Estes conceitos podem ser resumidos na tabela seguinte:

Tabela 2 – Valor de um capital.

Momento	Valor
Anterior	Descontado
Referência	Actual
Posterior	Acumulado

Introduz-se no capítulo seguinte a forma que é geralmente considerada mais adequada para representar os problemas de Cálculo Financeiro – o diagrama temporal (ou recta do tempo).

8. DIAGRAMA TEMPORAL (ou RECTA DO TEMPO).

O primeiro passo na resolução de um problema de Cálculo Financeiro deve ser a sua representação esquemática. A representação mais divulgada é a chamada representação do problema num **diagrama temporal** (também chamado “**recta do tempo**”). A configuração de um diagrama temporal é a seguinte:

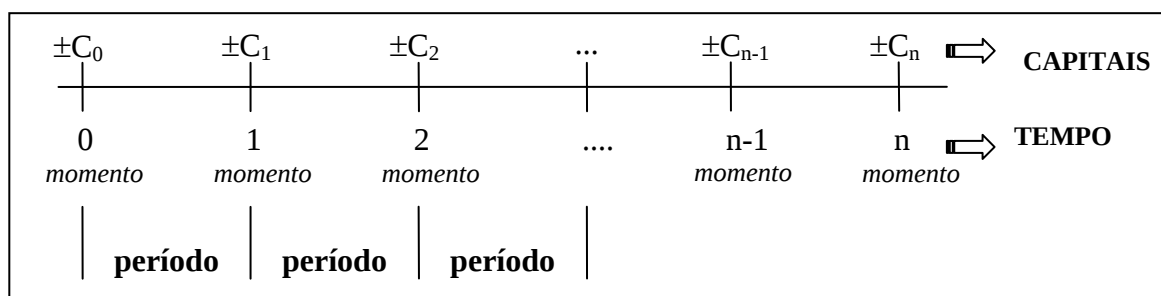


Figura 4 – Configuração do diagrama temporal.

Como foi visto anteriormente, em problemas de Cálculo Financeiro, um momento é um ponto no tempo onde ocorre o vencimento de um capital. A representação acima significa que o capital C_0 ocorre no (ou, como habitualmente se diz, está *reportado ao* ou *tem vencimento no*) momento 0; o capital C_1 está reportado ao momento 1, etc. O intervalo de tempo entre dois momentos consecutivos denomina-se por período. Assim, no diagrama temporal existem sempre n períodos e $n+1$ momentos. Os sinais $\pm$ são utilizados consoante os capitais representem uma entrada de capitais (*inflows*) ou saídas de capital (*outflows*) na perspectiva de uma das partes (do mutuário ou mutuante). Como exemplo considere-se a situação de representação, na óptica do depositante, de um depósito de 1000 € que, três anos depois, dá lugar ao levantamento de 1331 €.

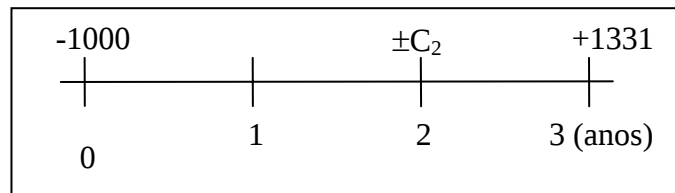


Figura 5 – Representação de uma operação financeira na óptica do mutuante.

Na óptica do depositante (mutuante), no momento 0 há um *outflow* de 1000 € e no momento 3 um *inflow* de 1331 €. Na óptica do mutuário, a situação é precisamente ao contrário, i.e., no momento 0 há um *inflow* de capital e no momento três existe um *outflow* de capital. A figura seguinte representa essa situação:

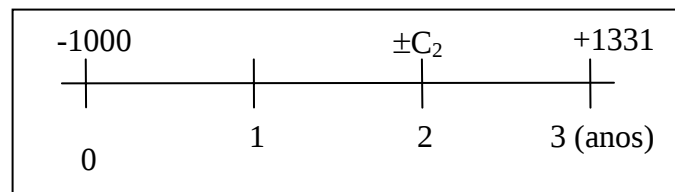


Figura 6 – Representação de uma operação financeira na óptica do mutuário.

A representação de capitais com os sinais $\pm$ tem a vantagem de permitir “visualizar” melhor o problema (sendo em muitos casos um auxiliar precioso na elaboração da equação de equivalência). A utilização desta representação é também fundamental para a utilização de calculadoras financeiras na resolução deste tipo de problemas.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da parte do rendimento destinado a poupança com o objectivo de o multiplicar é feito através das chamadas operações financeiras. Contudo, as operações financeiras também são importantes do ponto de vista do financiamento de empreendimentos e outros projectos. A base das operações financeiras reside no valor temporal do dinheiro, sendo assim fundamental compreender as relações entre capital, tempo e dinheiro em qualquer investimento financeiro. Para operar com capitais reportados a diferentes momentos é necessário entender os mecanismos de capitalização e de actualização, sendo estes fundamentais para o estabelecimento da equação de equivalência entre os capitais. O processo de capitalização é diferente em função do regime de juro vigorante (Regime de Juro Simples ou Composto). A melhor forma de iniciar a resolução de um problema de Cálculo Financeiro é, provavelmente, a sua representação num diagrama temporal ou recta do tempo.

10.BIBLIOGRAFIA

- [1] Matias, R. – *Cálculo Financeiro – Teoria e Prática*. Escolar Editora, 2004, 733 p.
- [2] Saías, L. *et al*, *Instrumentos Fundamentais de Gestão Financeira*. Universidade Católica, 1996, 451 p.
- [3] *Encyclopædia Britannica 2006 Ultimate Reference Suite DVD*, “*Capital and interest*”, acedido em 16 de Dezembro de 2006.
- [4] *Microsoft Encarta Reference Library Premium 2005 DVD*, “*Income*”, acedido em 16 de Dezembro de 2006.
- [5] *Microsoft Encarta Reference Library Premium 2005 DVD*, “*Interest*”, acedido em 16 de Dezembro de 2006.

11.“WEB-SITES” CONSULTADOS

- [1] www.calculofinanceiro.com
- [2] www.wikipedia.org