

Probabilidades e Estatística

Exercícios

Folha nº 2: Variáveis aleatórias discretas (unidimensionais)

Distribuição binomial

Variáveis aleatórias contínuas (unidimensionais)

1º - De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, são escolhidas 4 ao acaso. Seja X o número de peças defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X quando:

- a) As peças forem escolhidas com reposição.
- b) As peças forem escolhidas sem reposição.

2º - Suponha que a v.a. X toma os valores $1, 2, 3, \dots$ e que $P(X=j) = \frac{1}{2^j}$, $j = 1, 2, 3, \dots$

- a) Calcule $P(X \text{ ser par})$
- b) Calcule $P(X \geq 5)$
- c) Calcule a $P(X \text{ ser divisível por } 3)$

3º - O diâmetro X de um cabo eléctrico supõe-se ser uma variável aleatória contínua, com função densidade de probabilidade (fdp) $f(x) = 6x(1-x)$, $0 \leq x \leq 1$.

- a) Verifique que esta expressão é uma fdp e esboce o seu gráfico.
- b) Obtenha uma expressão para a função de distribuição acumulada de X e esboce o seu gráfico.
- c) Determine o valor de b , $b \in \mathbb{R}$, tal que $P(X < b) = 2 P(X > b)$.
- d) Calcule $P(X \leq 1/2 \mid 1/3 < X < 2/3)$.

4º - Considere uma variável aleatória X com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ \left(\frac{5}{12} - k\right)x + k & 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$$

- a) Determine o valor da constante k.
- b) Calcule a $P\left(-\frac{2}{3} < X < -\frac{1}{3} \mid X < 0\right)$.

5º- Considere uma variável aleatória X que tem a seguinte distribuição de probabilidade:

$$P(X = k) = \frac{c}{2^k} \quad k = 3, 4, 5, \dots \quad (c \in \mathbb{R})$$

- a) Calcule o valor da função de distribuição acumulada nos pontos 4, 8 e 12.
- b) Calcule $P(X \leq 6 \mid X > 4)$.
- c) Calcule $p_Y(y)$ para a variável aleatória Y definida da seguinte forma:

$$Y = \begin{cases} 1 & X \leq 4 \\ 7 & 4 < X \leq 6 \\ 50 & X > 6 \end{cases}$$

6º - Considere uma variável aleatória X com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{k}{1-3k}(x-3k) & 1 < x \leq 3k \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$$

- a) Determine o valor da constante k.
- b) Calcule a $P(0 < X < 1 \mid X > 0,5)$.

7º- De um baralho de 52 cartas são retiradas 5 cartas sem reposição. Seja Z o número de cartas do naipe de COPAS que saem.

- a) Qual a função de probabilidade de Z ($f_Z(z)$) ?
- b) Represente graficamente a função de distribuição de Z, $F_Z(z)$, e diga qual o seu valor nos pontos 1, 2, 7, 4 e 6.
- c) Calcule a probabilidade de nas cinco cartas retiradas, haver três ou mais cartas do naipe de copas.
- d) Volte a calcular a probabilidade da alínea anterior, mas agora sabendo que pelo menos uma carta do naipe de copas foi retirada.