

Probabilidades e Estatística

Exercícios

Folha nº 5: Distribuições Discretas

1º - Recentemente, a fábrica XYZ adquiriu uma nova máquina de fresar. Para cumprir os padrões de qualidade em vigor na fábrica, o responsável pelo Departamento de Qualidade tem de definir e implementar um plano de inspeção às peças produzidas na nova máquina. No entanto, devido ao elevado rendimento da nova máquina, é impossível inspeccionar todas as peças produzidas, pelo que é necessário recorrer à inspeção de pequenos lotes. Por razões técnicas, foi estabelecido que é inspeccionado um lote por cada turno de trabalho e o tamanho de cada lote a inspeccionar é de 20 peças (retiradas aleatoriamente do total de peças produzidas nesse turno). Após uma série de testes, foi possível definir que a percentagem de peças defeituosas produzidas na nova máquina é de 10%. Dessas peças defeituosas 8% podem ser reaproveitadas, enquanto os restantes 2% são para sucata.

- a) O responsável pela Qualidade definiu os seguintes planos de inspeção alternativos:
- i) Uma peça é retirada aleatoriamente do lote, inspeccionada e colocada de novo no lote (existe reposição da peça inspeccionada). Este processo é repetido 10 vezes. O lote é rejeitado se tiver menos do que 9 peças boas;
 - ii) Uma peça é retirada aleatoriamente do lote, inspeccionada e colocada de novo no lote (existe reposição da peça inspeccionada). Este processo é repetido 3 vezes ou até sair uma peça defeituosa. O lote é rejeitado se se retirar uma peça defeituosa;
 - iii) Uma peça é retirada aleatoriamente do lote, inspeccionada e colocada de novo no lote (existe reposição da peça inspeccionada). Este processo é repetido 7 vezes ou até saírem duas peças defeituosas. O lote é rejeitado se se retirarem duas peças defeituosas;
 - iv) Uma peça é retirada aleatoriamente do lote, inspeccionada e colocada de parte (não existe reposição da peça inspeccionada). Este processo é repetido 10 vezes. O lote é rejeitado se tiver menos do que nove peças boas;

Qual dos planos maximiza a probabilidade de rejeitar um lote? Analise os valores esperados e as variâncias.

- b) Qual a probabilidade de um lote de 20 peças (com reposição) ser constituído por: 18 peças boas, 1 peça defeituosa reaproveitável e 1 peça para a sucata.

2º - Se a probabilidade de um indivíduo sofrer uma reacção nociva , resultante da injeção de um determinado soro, for 0.001, determinar a probabilidade de, entre 2000 indivíduos:

- a) exactamente 3 sofrerem aquela reacção;
- b) mais do que 2 sofrerem aquela reacção.

3º - Uma caixa contém 10 bolas brancas e 40 bolas pretas.

- a) Qual a probabilidade de, em 16 bolas retiradas sem reposição, se obterem 3 bolas brancas?
- b) Qual a probabilidade de, em 16 bolas retiradas com reposição, se obterem no máximo 2 bolas brancas?
- c) Se o número de bolas na caixa fosse: 200 bolas brancas e 800 pretas, qual a probabilidade de em 200 bolas retiradas com reposição, se obterem pelo menos 30 bolas brancas?

4º - Um corrector da Bolsa de Lisboa, seleccionou para uma apreciação contínua da evolução do mercado mundial, as informações das Bolsas de Londres, New York e Tóquio. Recebe em média por hora 12 chamadas de New York, 18 de Tóquio e 20 de Londres. Admitindo que todas as chamadas são recebidas, calcule:

- a) a probabilidade de receber em meia hora 7 chamadas de New York;
- b) a probabilidade de receber mais de 12 chamadas num quarto de hora;
- c) a probabilidade de numa hora, receber exactamente 2 chamadas de New York, 4 de Londres e 3 de Tóquio.

5º - A procura diária para certo artigo na loja A segue uma distribuição de Poisson. Sabendo que a procura média diária é de 3 produtos e que o stock diário é mantido em 6 unidades, calcule:

- a) a probabilidade de num dia serem procurados pelo menos dois produtos;
- b) a probabilidade de se registar uma ruptura de stock;
- c) o número esperado de clientes que fica por satisfazer;
- d) o novo stock diário a assegurar de modo que a probabilidade de ruptura seja no máximo de 0.004.

6º - Considere uma variável aleatória X que tem a seguinte distribuição de probabilidade:

$$P(X = k) = \frac{c}{2^k} \quad k = 3, 4, 5, \dots \quad (c \in \mathbb{R})$$

- Calcule o valor da função de distribuição acumulada nos pontos 4, 8 e 12.
- Calcule $P(X \leq 6 \mid X > 4)$.
- Calcule $p_Y(y)$ para a variável aleatória Y definida da seguinte forma:

$$Y = \begin{cases} 1 & X \leq 4 \\ 7 & 4 < X \leq 6 \\ 50 & X > 6 \end{cases}$$

7º - Num jogo de tiro ao alvo este é constituído por um círculo central e por uma coroa circular adjacente. A probabilidade de um jogador acertar no alvo é 1. A Probabilidade de acertar na coroa circular é maior do que a probabilidade de acertar no círculo central.

- Qual a probabilidade de acertar no círculo central sabendo que a probabilidade de acertar quatro vezes em oito tentativas é de 0,105.
- Na situação da a) qual seria a probabilidade de acertar pelo menos duas vezes na coroa circular em cinco tentativas.
Nota: se não resolver a) considere que a probabilidade de acertar na coroa circular é 0,2.
- Qual seria a probabilidade de acertar no círculo central se a probabilidade de precisar de quatro tentativas para acertar duas vezes fosse de 0,0243.

8º - O Sr. Falcão aluga gaivotas à hora para passeios no lago dos Cisnes. Neste momento, o Sr. Falcão dispõe de 5 gaivotas. Por cada gaivota alugada por uma hora, o Sr. Falcão recebe 1000\$00, sendo que cada gaivota tem um custo fixo de 100\$00 por hora, estando ou não alugada. O número de clientes que chega em cada hora segue uma distribuição de Poisson de média 3. Se um cliente chegar e já não houver gaivota para alugar, vai-se embora. O Sr. Falcão trabalha 8h por dia, todos os dias.

- Calcule a função de probabilidade do número de gaivotas alugadas por hora.
- Calcule o lucro esperado num dia de trabalho.
- Calcule a probabilidade de num dia de trabalho haver pelo menos 2h em que o lucro é superior a 3000\$00
- Calcule a probabilidade de no mês de Agosto (31 dias) o Sr. Falcão ter um lucro superior a 500 contos.
- Calcule a probabilidade de no mês de Agosto (31 dias) o Sr. Falcão ganhar mais do que no mês de Julho (31 dias).