

FEUP – LEEC – Probabilidades e Estatística

Exercícios Resolvidos – Folha 0

1.

a) $3 \times 3 \times 3 \dots \times 3 = 3^{13} = 1\,594\,323$

b) São todas as maneiras de escolher apenas 1 símbolo por jogo, de entre 2 símbolos possíveis em cada dupla e 3 símbolos em cada tripla (nos restantes não há escolha), ou seja:
 $2^2 \times 3^4 = 324$ (apostas simples)

c) Considere-se a aposta simples (daqueles 324) que tem 13 acertos.

Para totalizar 12 acertos, deve-se desacertar uma das triplas (de 2 maneiras em cada tripla) ou uma das duplas (de uma maneira em cada), num total de:

$4 \times 2 + 2 \times 1 = 10$ (apostas simples com 12 acertos)

Para totalizar 11 acertos, devem-se desacertar duas múltiplas:

Composição	N.º de pares		Maneiras de errar	
2 duplas	1	x	1 x 1	= 1
2 triplas	$\binom{4}{2}$	x	2 x 2	= 24
1 dupla e 1 tripla	2 x 4	x	1 x 2	= 16

2.

a)

i) $C_6^{49} = \binom{49}{6} = \frac{49!}{(49-6)!6!} = 13983816$

ii)

Prémio	Acertos	N.º de maneiras
1º	6	1
2º	5 + S	$\binom{6}{5} * \binom{1}{1} = 6$
3º	5	$\binom{6}{5} * \binom{42}{1} = 252$
4º	4	$\binom{6}{4} * \binom{43}{2} = 15 * 903 = 13547$
5º	3	$\binom{6}{3} * \binom{43}{3} = 20 * 12341 = 246820$

b)

i) $C_6^8 = 28$ apostas simples

ii)

Prémio	1º	2º	3º	4º	5º
Nº de apostas simples	1	6	$\binom{6}{5} * \binom{1}{1}$	$\binom{6}{4} * \binom{2}{2}$	0

iii)

3 acertos corresponde ao 5º prémio

$$\binom{3}{3} * \binom{5}{3} = 10$$

3.

a) $6 * 5 * 4 * 3 = 360 = A_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!}$

b) $6 * 6 * 6 * 6 = 6^4 = 1296$

4.

Das $\binom{17}{12}$ possíveis escolhas livres, excluem-se aquelas em que as duas ditas pessoas sejam seleccionadas - $\binom{15}{10}$ maneiras de escolher as restantes 10, dando :

$$\binom{17}{12} - \binom{15}{10} = 3185$$

5.

a)

$$\begin{array}{ccccc} \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} \\ 6,7,8 & 6,7,8 & 6,7,8 & 6,7,8 & 6,7,8 \end{array}$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$$

b)

$$\begin{array}{ccccc} \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} & \overline{\uparrow} \\ 6,7,8 & 0,6,7,8 & 0,6,7,8 & 0,6,7,8 & 0,6,7,8 \end{array}$$

$$3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 3 \times 4^4 = 768$$

6.

a)

1ª Resolução

7 objectos diferentes têm 7! permutações entre si. Neste caso como temos objectos repetidos, teremos que retirar as permutações que os objectos iguais fazem entre si, ficando:

$$\frac{7!}{3!2!1!1!} = 420$$

2ª Resolução

$$\binom{7}{3} * \binom{4}{2} * \binom{2}{1} * \binom{1}{1} = 420$$

Maneiras de pôr os "A" nas 7 posições possíveis Pôr os 2 "S" nas posições restantes Pôr o "M" Pôr o "D"

7.

Suponhamos os livros da mesma cor distintos entre si (pelo título, por exemplo).

a)

$$P_9 = 9! = 362\,880$$

$$(\text{Se não distintos dentro da mesma cor: } \binom{9}{5} * \binom{4}{4} = 126)$$

b)

Trata-se de saber quantos vermelhos ficam, digamos, à esquerda dos pretos (há 6 possibilidades, n.º de 0 a 5), e depois considera-se as permutações dos livros da mesma cor (se distintos):

$$6 * 5! * 4! = 17\,280$$

c)

Neste caso ou ficam os vermelhos à esquerda ou os pretos, dando:

$$2 * 5! * 4! = 5\,760$$

d)

Retira-se um dos ditos livros, depois permutam-se livremente os restantes 8, e finalmente coloca-se o livro retirado ou à esquerda ou à direita do 2º dito. Isto dá 2*8! distribuições a excluir das possíveis 9!, ficando:

$$9! - 2 * 8! = 282\,240$$

8.

Cada pessoa escolhe o seu sucessor à direita. A primeira pessoa pode escolher entre 9 possíveis, a segunda entre 8, e assim sucessivamente:

$$9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 * 1 = 9! \text{ escolhas.}$$

O 9ª e a 10ª pessoa já não tem escolha possível.

Por cada escolha dessas há uma outra que dá a mesma vizinhança (a mesma sucessão, mas

para a esquerda), pelo que basta tomar $\frac{9!}{2} = 181\,440$.

9.

a)

Seja Ω o conjunto das possíveis permutações ($\# \Omega = 9!$) e seja $A_i \subset \Omega$ o conjunto das permutações em que o dígito i está na posição natural. Procura-se então:

$$\begin{aligned} \# \bigcup_{i=1}^9 A_i &= \sum_{i=1}^9 \# A_i - \sum_{i,j \neq s} \# (A_i \cap A_j) + \sum_{i,j,k \neq s} \# (A_i \cap A_j \cap A_k) - \dots + \# (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_9) \\ &\quad \begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \binom{9}{1} & 8! & \binom{9}{2} & 7! & \binom{9}{3} & 6! & 1 \end{array} \\ &= \sum_{i=1}^9 (-1)^{i+1} \binom{9}{i} (9-i)! = \sum_{i=1}^9 \frac{9!}{i!} = \frac{9!}{1!} - \frac{9!}{2!} + \frac{9!}{3!} - \dots + \frac{9!}{9!} = 229384 \end{aligned}$$

b)

Excluindo das 9! permutações possíveis aquelas que satisfazem a alínea a), tem-se:
 $9! - 229384 = 133496$

c)

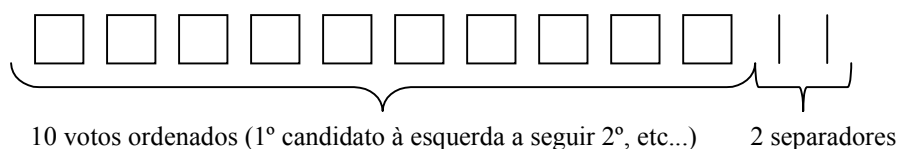
São as maneiras de permutar 6 números (em 9 existem $\binom{9}{6}$ desses grupos) de modo a ficarem todos fora do sítio:

$$\binom{9}{6} * (6! - 455) = 22260$$

$\uparrow$
 Igual à alínea a), mas
 com 6 em vez de 9

10.

Solução clássica



As permutações destes 12 objectos $\left[\text{em n}^\circ \binom{12}{2} = \binom{12}{10} = 66 \right]$ dão todos os resultados eleitorais possíveis.

Generalizando (de 2 para k-1 separadores entre regiões atribuídas aos k candidatos)

$$\binom{n+k-1}{n} = \binom{n+k-1}{k-1}$$

11.

i) Consideremos, para já, que as tarefas podem ficar sem pessoas. Então trata-se de cada pessoa escolher livremente 1 tarefa, dando 3^{10} distribuições possíveis (em geral k^n).

ii) Seja Ω o conjunto das distribuições segundo i), e seja $V_i \subset \Omega$ o subconjunto dessas distribuições em que a i-ésima tarefa fica sem ninguém. Para responder à pergunta inicial precisamos de calcular:

$$\# \Omega - \# \left(\bigcup_{i=1}^k V_i \right) \quad (\text{excluir as distribuições que resultem de tarefas sem ninguém})$$

Ora,

$$\# \bigcup_{i=1}^k V_i = \sum_{i=1}^k \# V_i - \sum_{i,j \neq s} \# (V_i \cap V_j) + \sum_{i,j,l \neq s} \# (V_i \cap V_j \cap V_l) - \dots + \# (V_1 \cap V_2 \cap \dots \cap V_k)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & & \uparrow & \uparrow & & \uparrow & \uparrow \\ (k-1)^n & \binom{k}{2} (k-2)^n & \binom{k}{3} (k-3)^n & & & & (k-k)^n \end{array}$$

$$= \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i \binom{k}{i} (k-i)^n = 3^{10} - 3 * 2^{10} + 3 * 1^{10} = 55980$$

12.

O problema é análogo ao anterior, só que agora não faz sentido distinguir as “caixas” (“tarefas em 11., “sub-conjuntos” em 12.). Para o exemplo proposto não faz sentido distinguir o caso em que o 1º sub-conjunto é, por ex., $\{1,3\}$ e o 2º é $\{2,4\}$ do caso em que o 1º é $\{2,4\}$ e o 2º $\{1,3\}$.

Em 11., para uma dada distribuição são também geradas (e contadas) todas as distribuições que se obtêm, “permutando as tarefas”. Para evitar essa contagem, divide-se o resultado aí obtido pela permutação das tarefas ($k!$), dando:

$$= \frac{\sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i \binom{k}{i} (k-i)^n}{k!} = \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i \frac{(k-i)^n}{i!(k-i)!}$$

Seja o exemplo de partir $\{1,2,3,4\}$ em sub-conjuntos:

1º Sub-conjunto	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{4\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{1,4\}$
2º Sub-conjunto	$\{2,3,4\}$	$\{1,3,4\}$	$\{1,2,4\}$	$\{1,2,3\}$	$\{3,4\}$	$\{2,4\}$	$\{2,3\}$

Pela fórmula:

$$\sum_{i=0}^1 (-1)^i \frac{(2-i)^4}{i!(2-i)!} = \frac{2^4}{2!} - \frac{1^4}{1!*1!} = 7 \quad \text{Conforme era de esperar.}$$

13.

O problema é análogo ao problema 10., só que é preciso garantir pelo menos um voto em cada candidato. Começando por distribuir um voto a cada candidato, ficam $n-k$ votos para distribuir livremente entre eles, o que pode ser feito de:

$$\binom{(n-k)+k-1}{n-k} = \binom{n-1}{n-k} \text{ ou } \binom{n-1}{k-1} \text{ maneiras.}$$

Para o problema posto ($n = 14$, $k = 3$):

$$\binom{14-1}{3-1} = \binom{13}{2} = 78 \text{ soluções possíveis.}$$

14.

i) As bolas podem ser distribuídas independentemente, dando:

$$\binom{4+3-1}{4} * \binom{5+3-1}{5} * \binom{8+3-1}{8} = \binom{6}{4} * \binom{7}{5} * \binom{10}{8} = 14175$$

ii) Neste caso trata-se de distribuir as restantes 4 pretas, 2 brancas e 2 azuis:

$$\binom{4+3-1}{4} * \binom{2+3-1}{2} * \binom{2+3-1}{2} = \binom{6}{4} * \binom{3}{2} * \binom{4}{2} = 270$$

15.

a) $A_6^{10} = \frac{10!}{4!} = 151200$

b) Vem:

$$\underbrace{15} * \underbrace{13} * 11 * 9 * 7 * 5 * 3 * 1 = 2\,027\,025$$

1º pessoa escolhe companheiro(a) A 2º pessoa a escolher já só tem 13 opções

c) Análogo a distribuir 10 pessoas (as mulheres) por 6 “tarefas” (os homens), sem que fiquem “tarefas” sem pessoas. Segundo 11., dá:

$$\sum_{i=0}^5 (-1)^i \binom{6}{i} (6-i)^{10} = 6^{10} - 6 * 5^{10} + 15 * 4^{10} - 20 * 3^{10} + 15 * 2^{10} - 6 * 1^{10} = 16435440$$

16.

a) m^n

b) Análogo a distribuir n votos por m candidatos (ex. 10.)

$$\binom{n+m-1}{n}$$

c) Trata-se de saber quais (n) caixas das m são preenchidas

$$C_n^m = \binom{m}{n}$$

17.

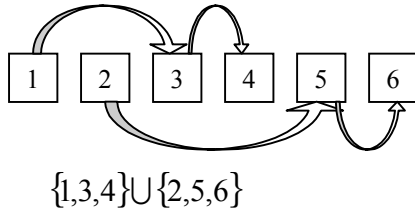
a) Escolhem-se primeiro k colunas de entre as n (de $\binom{n}{k}$ maneiras) e depois seleccionam-se as k

linhas onde ficaram as torres, da coluna da esquerda para a direita (das k escolhidas) (de A_k^n maneiras), dando:

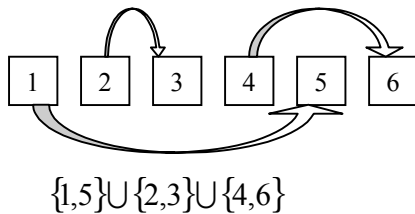
$$\binom{n}{k} * A_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!} * \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{(A_k^n)^2}{k!}$$

Se $n = k$, $\binom{n}{k} * A_k^n = n!$ ao que corresponde $8! = 40320$

- b) (Re-)Numerem-se as colunas de 2 a $\underline{m}$ e as linhas de 1 a $\underline{m-1}$ ($n = m+1$), e entenda-se uma torre em (linha i , coluna j) ($j > i$ devido à forma triangular) a significar que o objecto i tem o objecto j por sucessor. As torres não se atacem mutuamente garante que cada objecto só pode ter no máximo, 1 sucessor e um antecessor. Marcando as relações de sucessão ($\Rightarrow$) num conjunto de seis objectos (exemplo):



	2	3	4	5	6	
		X				1
				X		2
			X			3
						4
					X	5



	2	3	4	5	6	
				X		1
		X				2
						3
					X	4
						5

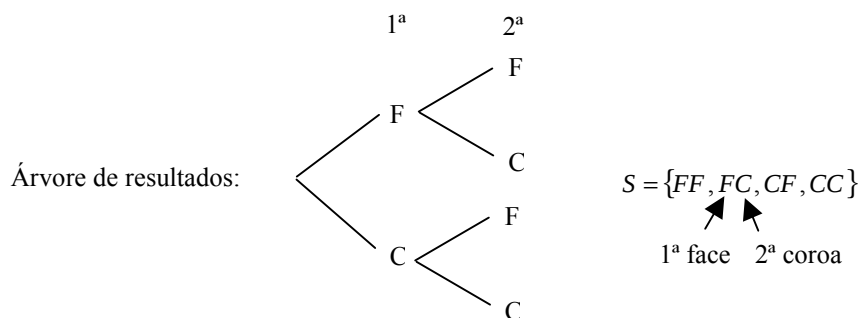
Também se vê que este problema é equivalente ao de partir um conjunto de m elementos em qualquer número (k de 1 a m) de subconjuntos, recorrendo a 12. dá:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i \frac{(k-i)^m}{i!(k-i)!} = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{k=i+1}^m (...) = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(-1)^i}{i!} \sum_{j=1}^{m-i} \frac{j^m}{j!} = 203 \text{ se } m=6 \text{ (n=5)}$$

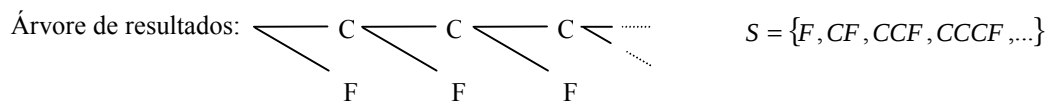
$j = k - i$

18.

a)

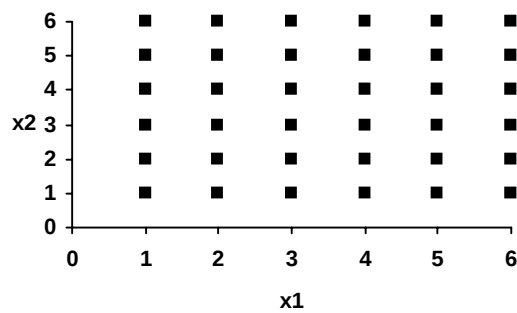


b)



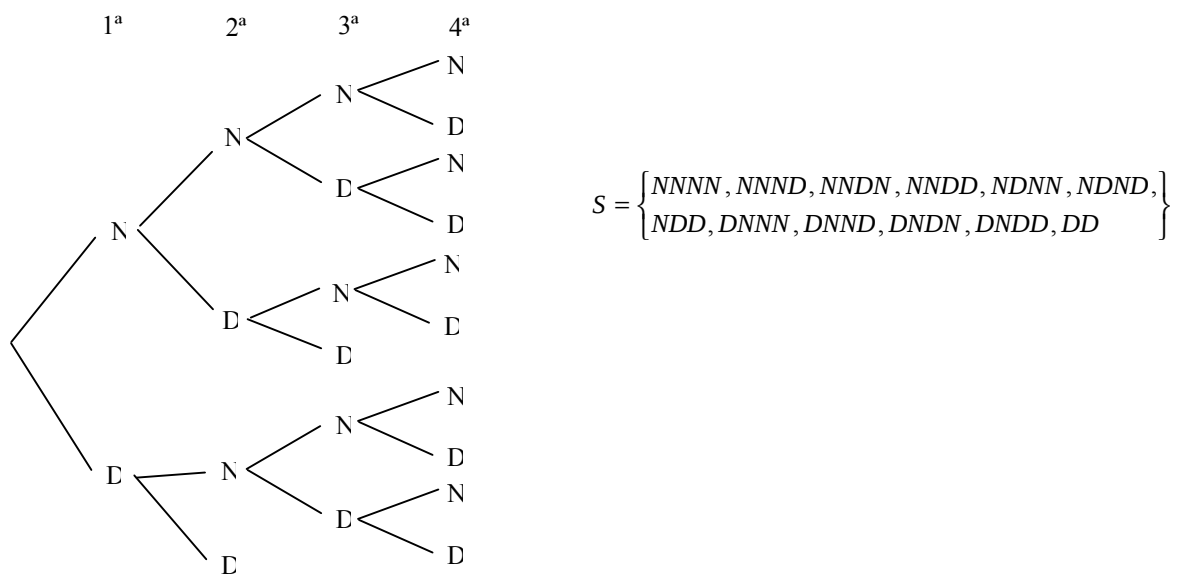
Infinito numerável

c) $S = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{N}^2 : 1 \leq x_1 \leq 6 \wedge 1 \leq x_2 \leq 6\} = \{(1,1), (1,2), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), \dots, (6,6)\}$



$\#S = 6 \times 6 = 36$ [Finito numerável]

d)



$\#S = 12$ (nº de folhas da árvore)

- e) O resultado relevante da experiência é o nº x de lâmpadas inspeccionadas.
i. Os casos limite são:

$$\begin{cases} x=1 \\ x=N-r+1, \text{ i.e., foram encontradas em 1º lugar todas as } (N-r) \text{ não defeituosas} \end{cases}$$

$$\therefore S = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq N-r+1\} \wedge \#S = (N-r+1) - 1 + 1 = N-r+1$$

ii. Os casos limite são agora:

$$\begin{cases} x=r, \text{ i.e., foram encontradas em 1º lugar todas as defeituosas} \\ x=N, \text{ i.e., a última defeituosa é a última a ser encontrada} \end{cases}$$

$$\therefore S = \{x \in \mathbb{N} : r \leq x \leq N\} \wedge \#S = N-r+1$$

f) $S = \{t \in \mathbb{R} : t \geq 0\}$ [infinito não numerável]

g) s_n - frequência (nº de vezes) do aparecimento de "face" em n lançamentos $0 \leq s_n \leq n$

f_n - frequência relativa: $f_n = s_n / n$

$$S = \left\{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}, 1\right\} \wedge \#S = n+1$$

h) $S = \{(v_x, v_y, v_z) \in \mathbb{R}^3 : v_x, v_y, v_z \geq 0\}$ [infinito não numerável]

19.

a)

i. $\{FF, FC, CF\}$

ii. $\{FF, FC\}$

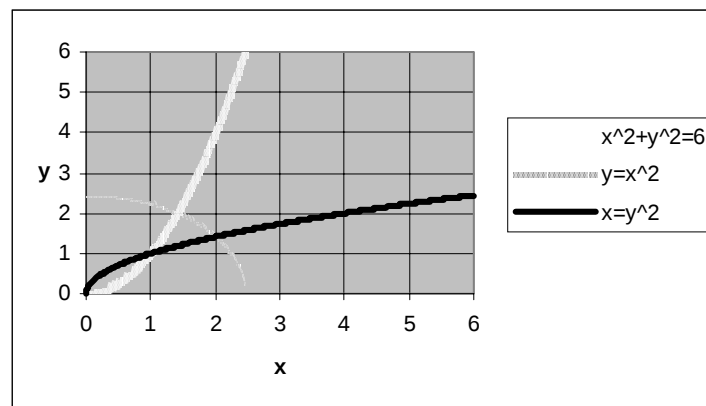
b) $\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$

c) $A = \{(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1)\}$
 $(2,1)$

$$B = \{(0,0), (1,0), (1,1), (2,0), \dots, (2,4), (3,0), \dots\}$$

$$B \cap C = \{(0,0), (1,1), (2,2), \dots\}$$

$$(B \cup A) \cap \overline{C} = \overline{C} = \{(1,0), (2,0), (2,1), (3,0), (3,1), (4,0), (4,1), (5,0), (5,1), (5,2), (6,0), (6,1), (6,2), \dots\}$$



20. Sejam os acontecimentos:

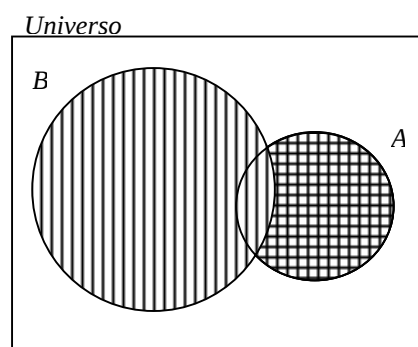
A: adquirir a revista A

B: adquirir a revista B

Então, é dito que

$$P(A) = 0.098 \quad P(B) = 0.229 \quad P(A \cap B) = 0.051$$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.276 = 27.6\%$ $\square$



- b) $P(A \setminus B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.047 = 4.7\%$ $\equiv$
 $[P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})]$
- c) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) \stackrel{\substack{\text{leis} \\ \text{de Morgan}}}{=} 1 - P(A \cup B) = 0.724 = 72.4\%$ $\square$

21.

- a) $P(A \cup B \cup C) \stackrel{\text{teor.}}{=} P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = \frac{17}{40}$
- b) $P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cup \bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$
 $\stackrel{\substack{\text{axioma:} \\ \text{mutuamente} \\ \text{exclusivos}}}{=} P(A \cap \underbrace{\bar{B} \cap \bar{C}}_{B \cup C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$
 $\stackrel{\text{teor.}}{=} P(A) - P[A \cap (B \cup C)] + P(B) - P[B \cap (A \cup C)] + P(C) - P[C \cap (A \cup B)]$
 $\stackrel{\text{teor.}}{=} P(A) + P(B) + P(C) - 2P(A \cap B) - 2P(A \cap C) - 2P(B \cap C) + 3P(A \cap B \cap C)$
 $= \frac{1}{10}$

Comentário: Ao somar $P(A) + P(B) + P(C)$, as regiões $(A \cap B)$, $(A \cap C)$ e $(B \cap C)$ são contabilizadas 2 vezes, o que é depois descontado (isto simplesmente por $P(A \cap B \cap C) = 0$).

- c) $P(A \cap B \cap \bar{C} \cup \bar{A} \cap B \cap C \cup A \cap \bar{B} \cap C)$
 $\stackrel{\substack{\text{axioma:} \\ \text{mutuamente} \\ \text{exclusivos}}}{=} P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \bar{B} \cap C)$
 $\stackrel{\text{teor.}}{=} P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$
 $\stackrel{\text{teor.}}{=} P(A \cap B) + P(B \cap C) + P(A \cap C) - 3P(A \cap B \cap C)$
 $= \frac{13}{40}$

Comentário: Como seria de esperar, $P(\text{ocorrerem exactamente 2}) + P(\text{ocorrer exactamente 1}) + P(\text{ocorrerem exactamente 3}) = P(\text{ocorrer algum})$ $[P(\text{ocorrerem exactamente 3}) = 0]$

22. Sejam os acontecimentos (mutuamente exclusivos)
 A - melhorar, B - piorar, C - permanecer na mesma

Então, é afirmado:

$$P(A) = 2P(\bar{A}), P(\bar{C}) = 4P(C), P(\bar{B}) = 6P(B)$$

Atendendo a que $P(A) = 1 - P(\bar{A})$, etc., deduz-se:

$$P(A) = \frac{2}{3}; P(C) = \frac{1}{5}; P(B) = \frac{1}{7}$$

$$\text{que somam } P(A \cup B \cup C) \stackrel{\text{axioma}}{=} P(A) + P(B) + P(C) = \frac{106}{105}$$

quando deviam somar 1.

23. Uma vez que todas as pessoas são "resultados" igualmente prováveis, dividem-se resultados favoráveis por resultados possíveis (18).

- a) $P(A) = \frac{5+6}{18} = \frac{11}{18}$
 b) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{4+6+3}{18} = \frac{13}{18}$
 c) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

24.

a)

- i. São igualmente prováveis os resultados elementares (arranjos)
 $(a_1, a_2, \dots, a_6)$ com $a_1 \in \{1, \dots, 49\}, a_2 \in \{1, \dots, 49\} \setminus \{a_1\}$, etc.

Uma vez que não há elementos repetidos, a cada combinação $\{a_1, a_2, \dots, a_6\}$ corresponde um número constante de 6! arranjos, pelo que podemos entender essas combinações como acontecimentos equi-prováveis.

- ii. São igualmente prováveis os resultados elementares (arranjos)
 $(a_1, a_2, \dots, a_6)$ com $a_i \in \{1, \dots, 49\}$.

Já não seriam igualmente prováveis as combinações (com repetições) $\{a_1, a_2, \dots, a_6\}$. Ex: $\{1, 1, 1, 1, 1, 1\}$ pode ocorrer de uma só maneira, mas $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ pode ocorrer de 6! maneiras.

- b) $P(\text{nenhum n}^\circ \text{ repetido}) = \text{n}^\circ \text{ casos favoráveis} / \text{n}^\circ \text{ casos possíveis} = \frac{A_6^{49}}{49^6} = 0.727$

25. Os resultados igualmente prováveis são as sequências $(a_1, a_2, \dots, a_{150})$ com $a_i \in \{t. 1, \dots, t. 5\}$; já as combinações (com repetições) $\{a_1, a_2, \dots, a_{150}\}$ não são acontecimento necessariamente equi-prováveis.

P(1 só turma ser escolhida):

- casos favoráveis: 5 (todos na turma 1, todos na turma 2, etc.)
- casos possíveis: 5^{150}

P(todas as turmas com 20 alunos):

- casos favoráveis:
 - . permutações dos 150 com 30 de 1 classe, etc. (alunos em fila, classes permutadas)

$$\frac{150!}{(30!)^5}$$

- . ou maneiras de tirar 30 alunos para a 1ª turma, depois 30 para a 2ª, etc.

$$C_{30}^{150} C_{30}^{120} C_{30}^{90} C_{30}^{60} C_{30}^{30}$$

- casos possíveis: 5^{150}

Logo, é muito mais provável o 2º acontecimento.

26.

- i. Aposta simples

Dividindo as maneiras de acertar pelas maneiras de jogar (13 983 816).

Prémio	1º	2º	3º	4º	5º	Qualquer
Probabilidade	7.15×10^{-8}	4.29×10^{-7}	1.80×10^{-5}	9.69×10^{-4}	1.77×10^{-2}	1.86×10^{-2}

- ii. 8 números

O número de maneiras de acertar em 2 ou menos é:

$$C_2^6 C_6^{43} + C_1^6 C_7^{43} + C_0^6 C_8^{43} = 429800007$$

e o número de maneiras de jogar é

$$C_8^{49} = 450978066$$

pelo que $P(\text{falhar}) = 0.9530$ e $P(\text{ter prémio}) = 1 - P(\text{falhar}) = 0.0470$

27. $P(\text{todos fora do lugar}) = 133\,496 / 9! = 0.368$ (ver exercício anterior).

28.

a) $P = \frac{n!}{m^n} \leftarrow \text{permutações dos objectos nas } n \text{ caixas}$

b) $P = \frac{1}{C_n^{n+m-1}} = \frac{n!(m-1)!}{(n+m-1)!}$

c) $P = \frac{1}{C_n^m} = \frac{n!(m-n)!}{m!}$

Comentário: Os diferentes resultados correspondem a situações fisicamente diferentes (que avalizem cada uma das hipóteses formuladas).