

TESTES DE HIPÓTESES

1.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

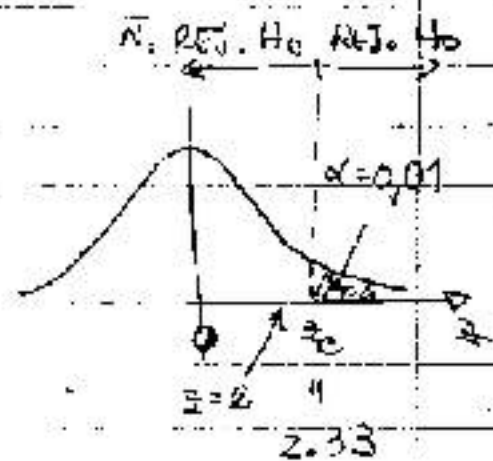
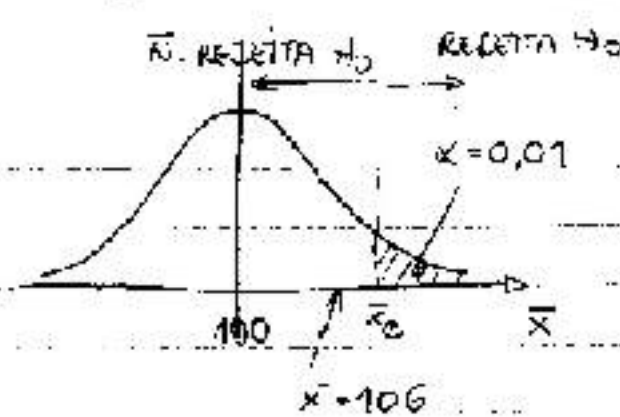
$$\mu = 7 \quad \sigma = 15$$

$$a) \alpha = 0,01$$

$$H_0: \mu = 100$$

$$H_1: \mu > 100$$

$$\bar{x} = 106$$



$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$z_c = 2.33 \Rightarrow \bar{x}_c = z_c \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mu = 2,33 \times \frac{15}{\sqrt{25}} + 100 = 106.99$$

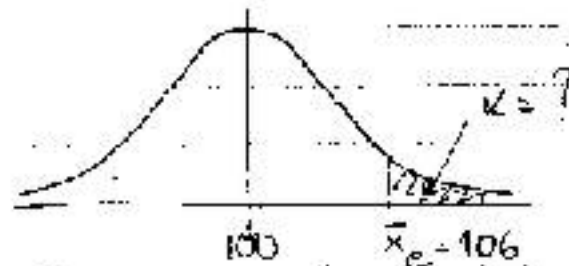
Como $\bar{x} = 106 < \bar{x}_c$ NÃO HA EVIDÊNCIA ESTATÍSTICA PARA REJEITAR H_0

DE UM MODELO EQUIVALENTE, PODEMOS TIRAR
A MESMA CONCLUSÃO A PARTIR DE:

$$\bar{x} = 106 \rightarrow Z = \frac{106 - 100}{15/\sqrt{25}} = 2$$

∴ $2 < 2_c$ LOGO NÃO HÁ EVIDÊNCIAS ESTATÍSTICAS PARA REJEITAR H_0

b)



$$\beta = \text{Prob}(\text{ACEITAR } H_0 \mid H_0 \text{ É FALSA})$$

$$= \text{Prob}(\bar{x} \leq \bar{x}_c \mid \mu = 110)$$

$$= P\left(2 \leq \frac{106 - 110}{15/\sqrt{25}}\right) = P(2 \leq -1.33)$$

$$= 0.0918$$

∴ TOMANDO COMO VALOR CRÍTICO $\bar{x} = 106$ E ADOTANDO COMO VERDADEIRO VALOR DE μ , $\mu = 110$, A PROBABILIDADE DE COMETER UM ERRO DE TIPO II É 0.0918

T. H.

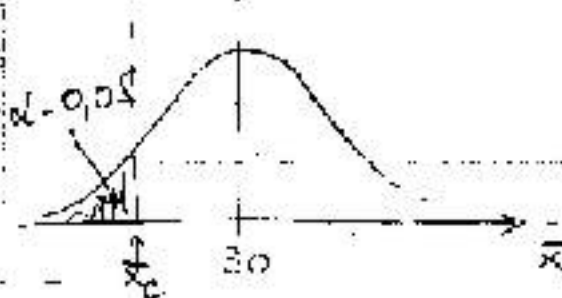
2.

a)

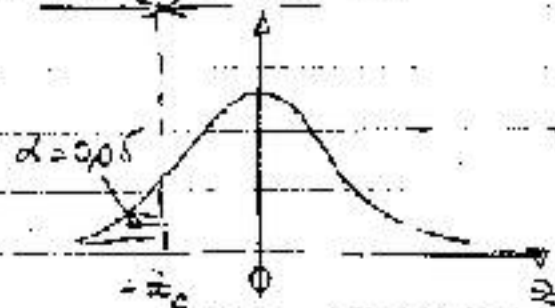
$$H_0: \mu = 30$$

$$H_1: \mu < 30$$

$$\text{REJ. } H_0 \rightarrow \bar{x} < \frac{\bar{x}}{a} \text{ REJ. } H_0$$



$$\text{REJ. } H_0 \rightarrow \bar{x} < \bar{x}_c \text{ REJ. } H_0$$



$$\alpha = 0,05 \Rightarrow z_c = 1.645$$

$$\bar{x}_c = -z_c \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mu \quad \left(\geq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right)$$

$$\bar{x}_c = -1.645 \times \frac{5}{\sqrt{136}} + 30 \approx 28,63$$

$$\bar{x} = 28 < \bar{x}_c \Rightarrow \text{REJ. } H_0$$

$$\bar{x} = 28 \Rightarrow z = \frac{28 - 30}{\frac{5}{\sqrt{136}}} = -2,4$$

$$z < -1.645 \therefore \text{REJEITA-SE } H_0$$

b)

ADMITINDO QUE O SECRETÁRIO DE ESTADO TEM RAZÃO ISSO É, $\mu = 21$, VAMOS

ENTÃO CALCULAR A PROB. DE ACEITAR
INDEVIDAMENTE H_0

$$P(\text{ACEITAR } H_0 \mid H_0 \text{ FALSA}) = \beta$$

$$\beta = P(\bar{x} \geq \bar{x}_c \mid \mu = 25)$$

$$= P\left(z \geq \frac{28,63 - 25}{5/\sqrt{36}}\right)$$

$$= P(z \geq 4,36) \approx 0$$

c)

VAMOS ACEITAR 27,5 COMO VALOR
CRÍTICO

$$\alpha = P(\text{REJ. } H_0 \mid H_0 \text{ É VERD})$$

$$= P(\bar{x} < 27,5 \mid \mu = 30)$$

$$= P\left(z < \frac{27,5 - 30}{5/6}\right) =$$

$$= P(z < -3) = 0,00435$$

NOTA: ADMITINDO COMO
VERDADEIRO
 $\mu = 25$

$$\beta = P(\text{ACEITAR } H_0 \mid H_0 \text{ É FALSA})$$

$$= P(\bar{x} \geq 27,5 \mid \mu = 25) = P(z \geq 3) = 0,00435$$

J. H.

a)

$$n = 10$$

$$\bar{x} = 3.46$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 3.46)^2$$

$$= \frac{0.284}{9} = 0.03155 \Rightarrow s \approx 0.1776$$

$$\mu \in \left[\bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

$t_{\alpha/2}$ → distribuição t c/ nove graus de liberdade e com $\alpha = 0,05$

$$t_{\alpha/2}(0,025) = 2,262$$

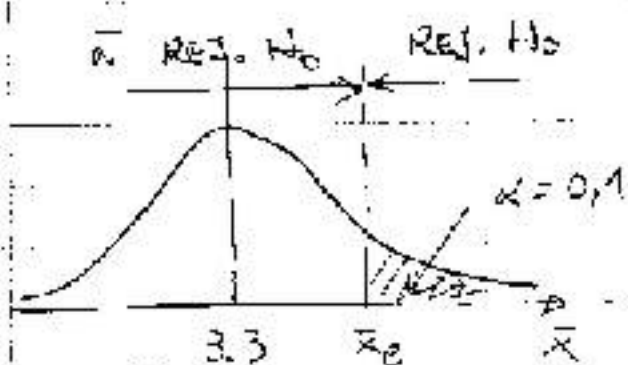
ENTÃO:

$$\mu \in \left[3.46 - 2.262 \cdot \frac{0.1776}{\sqrt{10}}, 3.46 + 2.262 \cdot \frac{0.1776}{\sqrt{10}} \right]$$

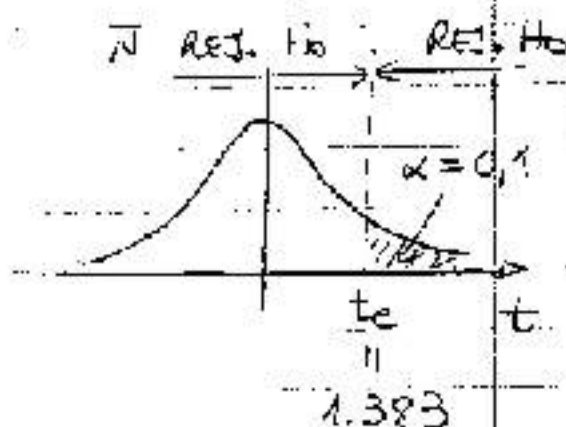
$$\mu \in [3.333, 3.587]$$

1) $H_0: \mu = 3.3$ (O PESO MÉDIO DO BÊBÊ DAS MÃES NÃO FUMADORAS É IGUAL AO PESO MÉDIO GERAL)
 $H_1: \mu > 3.3$

Como σ é desconhecido $\Rightarrow \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$



$\Leftrightarrow$



$\alpha = 0,1 \Rightarrow t_{\alpha}(0,1) = 1.383$
 $\parallel$
 t_c

Como temos $\bar{x} = 3.46 \Rightarrow t = \frac{3.46 - 3.3}{0.1776/\sqrt{10}} \approx 2.8489$

$\therefore$ Como $t = 2.8489 > t_c$ REJEITA-SE

H_0 , isto é, admite-se q. o. peso dos BÊBÊS DE MÃES NÃO FUMADORAS É SUPERIOR AO PESO MÉDIO DA GLOBALIDADE DOS BÊBÊS.

NOTA: DE MODO EQUIVALENTE

$$t_c = 1,383 \Rightarrow \bar{x}_c = 1,383 \times \frac{0,1776}{\sqrt{10}} \approx 3,3$$

Como $\bar{x} = 3,46 > \bar{x}_c$ ENTÃO REJEITA-SE H_0

c) QUANDO NÃO REJEITAMOS H_0 PODEMOS ESTAR A COMETER UM ERRO DE TIPO II, ISTO É, ESTAR A "ACEITAR" H_0 QUANDO H_0 É FALSO.

$$\beta = P \left[\bar{x} \leq \bar{x}_c \mid H_0 \text{ É FALSA} \right]$$

$$P \left[\text{NÃO REJEITAR } H_0 \mid H_0 \text{ É FALSA} \right]$$

$$= P \left[\bar{x} \leq \bar{x}_c \mid \mu = 3,7 \right]$$

$$= P \left[z \leq \frac{3,38 - 3,7}{0,1776/\sqrt{10}} \right]$$

$$= P(z \leq -5,69) \approx 0$$