

1. Um operário especializado em reparações de escavadoras verificou que o tempo gasto por reparação seguia uma distribuição exponencial negativa com média 30 minutos. A reparação é feita pela ordem de chegada e os pedidos chegam de acordo com uma distribuição de Poisson a uma taxa média de 10 por dia (8/h de trabalho). Quanto tempo livre por dia tem em média o operário? Quantas tarefas em média ficam à espera de serem executadas? Qual o tempo médio de espera?

2. Qual a taxa média de serviço a verificar pelo atendedor numa bomba de gasolina para assegurar, com uma probabilidade de 0.90, que o cliente não tenha de esperar mais do que 2 minutos? Admita que existe apenas um empregado, que os automóveis chegam de acordo com uma distribuição de Poisson a uma taxa média de 30 por hora e que o tempo de serviço segue uma distribuição exponencial negativa.

3. Num certo aeroporto, a aterragem dos aviões demora cerca de 5 minutos (valor que pode considerar-se constante) depois do pedido de autorização para o fazerem. Supondo que os aviões chegam de acordo com uma distribuição de Poisson a uma taxa de 6/h, quanto tempo deverá o piloto (em termos médios) circular o aeroporto aguardando a aterragem? Em média, quantos aviões aguardam autorização para aterrar? Suponha agora que o tempo de aterragem é variável, com uma distribuição exponencial de média também 5 minutos. Responda às mesmas questões, compare resultados e comente.

4. Uma grande empresa resolveu instalar no edifícios dos seus escritórios centrais, onde trabalham 600 pessoas, uma máquina automática de serviços bancários, para utilização pelos seus empregados.

Num inquérito efectuado aos empregados verificou-se que 80% deles dispõe de cartão para acesso ao serviço, e o utilizam com uma periodicidade média de 2 dias.

Foi instalada uma máquina que, após os primeiros meses de funcionamento confirmou os valores estimados da procura, revelando ainda que o tempo de operação de cada utente do sistema é aleatório com média de dois minutos, e distribuição próxima da exponencial negativa.

- a) Calcule o valor da quebra de produtividade mensal, em termos de volume de horas/empregado, devida à introdução deste serviço, acessível durante 10 horas diárias.
- b) Qual a probabilidade de um utente encontrar uma fila de espera com mais de duas pessoas? Qual a probabilidade de outro utente esperar menos do que 5 minutos na fila?
- c) Sabendo que a empresa valoriza o tempo do seu pessoal em cerca de 7,5 euros/h, calcule até quanto a empresa estará disposta a pagar pelo aluguer mensal de uma segunda unidade deste tipo, supondo que se mantém a procura.
- d) Explícite as hipóteses assumidas para o modelo utilizado, discutindo a sua validade.

5. Com o objectivo de melhorar o atendimento ao público, os serviços de planeamento dos Correios resolveram analisar o funcionamento de uma estação, considerada típica.

A informação recolhida, para uma situação de apenas dois guichets em funcionamento (guichet A: registos + selos, guichet B: telefone + vales + encomendas), revelou que:

- o intervalo entre chegadas de utentes aos guichets seguem distribuições próximas da exponencial negativa, com média de 60 e 90 segundos, para os guichets A e B respectivamente;
- os tempos de atendimento nos dois guichets seguem distribuições semelhantes, aproximadas da exponencial negativa, com médias de 50 segundos;
- é desprezável o número de utentes que necessitam de serviços dos dois guichets.

Nestas condições, calcule:

- a) O número médio de utentes na estação.
- b) O valor a atribuir ao tempo dos utentes que justifique a abertura de um segundo guichet do tipo A, sabendo que o acréscimo de custo horário pela sua abertura é de 7 euros.
- c) A variação nos tempos de espera dos utentes, no caso de ambos os guichets (A e B) passarem a fornecer todos os serviços.

Explícite as hipóteses admitidas para a formulação dos modelos utilizados.

6. Pretende-se construir novas instalações de descarga de mineral num dado porto. A escolha deverá ser feita entre três tipos diferentes de alternativas de instalação a, b, c cujas capacidades médias diárias são respectivamente 3000, 5000 e 7000 toneladas. Os custos fixos são respectivamente de 25000, 50000 e 75000 euros por dia sendo os custos de funcionamento respectivos, que ocorrem apenas quando existem operações de descarga, de 30000, 45000 e 60000 euros por dia. Os navios que têm capacidade útil de 9000 t (a qual na generalidade é sempre utilizada) chegam segundo um processo poissoniano com medida de 2 todos os 3 dias. O custo de paralisação dum navio é de 100000 euros por dia.

Sabendo que por razões de homogeneidade de material se deverá escolher instalações de um só tipo, determine o tipo de instalação a construir se não se prevê no futuro um aumento sensível do tráfego.

7. Num banco de ensaios de automóveis cada diagnóstico consiste em duas fases distintas de teste: uma primeira parte mecânica e outra parte eléctrica. Um ensaio completo é realizado apenas por um especialista. O tempo no primeiro teste segue uma distribuição exponencial negativa com média 10 minutos e o segundo tem uma duração que se pode considerar fixa e igual a 10 minutos.

Foi feita uma proposta que consiste em contratar um segundo especialista, o que permitiria alocar cada um ao seu teste específico. O tempo de espera dos utentes, que chegam aleatoriamente a uma taxa média de 2 por hora, foi valorizado em 5 €/hora (os clientes ficam à espera do resultado).

Se admitir que o equilíbrio já foi atingido, quais as propostas que acha aceitáveis para o custo horário de um segundo especialista?

8. Num serviço médico o atendimento aos pacientes é feito em três estádios diferentes por um único médico (história clínica do paciente, diagnóstico e receituário). A primeira fase tem uma distribuição exponencial negativa com média igual a 5 minutos, a segunda segue a mesma distribuição mas com média 10 minutos e finalmente a terceira fase tem uma duração fixa de aproximadamente 5 minutos. Julga-se conveniente substituir o médico por três elementos mais especializados um em cada uma das fases, embora se admita que não existirão alterações significativas nas características temporais atrás definidas.

Os utentes chegam aleatoriamente a uma taxa de 20 durante um período de 8 horas e o custo por médico é estimado em 25 €/hora.

Admitindo que o processo atingiu o equilíbrio, calcular o valor do custo horário do tempo de espera dos utentes que justifica a introdução do novo esquema proposto. Proponha soluções alternativas de balanceamento da linha que lhe pareçam mais interessantes.

9. Uma empresa de betão pronto recebe, em média, 30 pedidos de fornecimento de betão por dia (8 horas de funcionamento) de acordo com um processo poissoniano. Após o pedido ser recebido, um dos camiões da sua frota é cheio na central de enchimento e, antes de partir, será pesado numa balança para verificar se a quantidade de betão a transportar está conforme o pedido recebido.

A empresa dispõe, actualmente, de uma central de enchimento e de uma balança; as operações de enchimento e pesagem de cada camião demoram tempos variáveis de acordo com distribuições exponenciais negativas com médias de 15 e 6 minutos, respectivamente.

Considerando desprezável a hipótese de não haver camiões disponíveis para satisfazer os pedidos de fornecimento de betão, determine:

- a) O tempo que, em média, medeia entre a chegada do pedido e a saída da empresa do camião que o vai satisfazer.
- b) O número médio de pedidos que aguardam que se inicie o enchimento do camião respectivo.
- c) A capacidade que deverá ter o parque de estacionamento dos camiões que aguardam a sua vez de serem pesados de modo a que a probabilidade de ali não terem lugar seja inferior a 10%.

A empresa está a considerar a hipótese de comprar uma segunda central de enchimento que irá pagar em prestações mensais (1 mês = 30 dias). Sabendo que a empresa atribui ao tempo que os camiões estão parados à espera nas filas o valor horário de 4 notas e admitindo como critério de decisão a minimização do custo global de funcionamento do sistema:

- d) Qual o valor máximo que deverá ter a prestação mensal para que seja preferível trabalhar com duas centrais de enchimento ?

Exame de 29/6/2000

10. Um entreposto comercial, dispondo de um único cais de descarga, recebe camiões com encomendas que são descarregados usando empilhadores.

Sabe-se que os tempos de descarga são variáveis (seguindo distribuições exponenciais negativas) com médias que dependem do número de empilhadores utilizados: 1 empilhador demora 50 minutos a descarregar, 2 – 20 minutos e 3 – 15 minutos.

- a) Qual a máxima taxa de chegada dos camiões para que o sistema entre em equilíbrio estável se se usar apenas um empilhador ?

Para a resolução das alíneas seguintes considere que a taxa de chegada dos camiões é de 2 por hora.

- b) No caso de haver 2 empilhadores a descarregar, qual a probabilidade de um camião ao chegar encontrar o cais ocupado ?
- c) Qual a diminuição do tempo de espera dos camiões quando o número de empilhadores passa de 2 para 3 ?
- d) Atendendo à seguinte tabela de custos:

empilhadores

custo de funcionamento – 12 notas/hora/empilhador,

custo de manutenção, seguros, pessoal, etc – 64 notas/dia/empilhador,

camiões

custo de imobilização (incluindo tempo de espera) – 15 notas/hora/camião,

diga, justificando, qual a dimensão da equipa de descarga que minimiza os custos globais do sistema que funciona 8 horas por dia.

Exame de 20/9/2000

11. A um entreposto de mercadorias chegam camiões para descarregar segundo um processo de Poisson, com média 3 camiões por hora. A operação de descarga é efectuada por uma equipa de funcionários, com duração variável segundo uma distribuição exponencial negativa e cuja média em horas, que depende da dimensão da equipa, pode ser obtida pela expressão $\frac{4}{3 \times N}$ (N representa a dimensão da equipa).

- a) Sabendo que, por motivos estritamente operacionais, a dimensão mínima da equipa de descarga é de 2 elementos, determine o número mínimo de funcionários que deve integrar a equipa de descarga.
- b) Para a dimensão da equipa acima definida, determine a probabilidade de não estarem no sistema mais do que 2 camiões em simultâneo. Determine ainda o número médio de camiões a aguardar descarga.
- c) Sabendo que cada elemento da equipa de descarga auferir honorários de 6,25 €/hora, e que o custo de imobilização de cada camião está estimado em 5 €/hora, determine a dimensão óptima da equipa de descarga que minimiza os custos globais do sistema.

Exame de 5/7/2001

12. A um entreposto de mercadorias chegam camiões para descarregar segundo um processo de Poisson, com média 3 camiões por hora. A operação de descarga é efectuada por uma equipa de funcionários, com duração variável segundo uma distribuição exponencial negativa e cuja média em horas, que depende da dimensão da equipa, pode ser obtida pela expressão $\frac{4}{3 \times N}$ (N representa a dimensão da equipa).

Actualmente a equipa é formada por 8 funcionários, cada elemento da equipa de descarga auferе honorários de 6,25 €/hora, e o custo de imobilização de cada camião está estimado em 5 €/hora:

- a) Pretende-se estudar a possibilidade de dividir os 8 funcionários em duas equipas de 4 elementos cada, ficando cada equipa afecta a um cais de descarga. Qual a variação que esta alteração provocará no tempo de espera dos camiões, taxa de utilização e custo do sistema ?
- b) Durante o período de férias os funcionários vão se ausentando em grupos de dois ficando cada equipa com 3 elementos apenas. Quanto se deverá pagar no máximo a dois funcionários temporários para substituição dos que forem de férias ?

Exame de 11/9/2001

13. A empresa ESCAVABEM está encarregada de uma obra de movimentação de terras que está a ser realizada por uma escavadora que, depois de escavar o terreno, coloca a terra num dos camiões que a vão descarregar noutros locais.

A escavadora demora, em média, 10 minutos a carregar cada camião, tempo que varia de acordo com uma distribuição exponencial negativa.

Os camiões que vêm buscar a terra chegam à obra com intervalos de tempo variáveis de acordo, também, com uma distribuição exponencial negativa mas com uma média de 12 minutos.

- a) Qual a probabilidade de haver mais de um camião à espera de ser carregado?
- b) Em média, quantos camiões estão na obra ?
- c) A empresa ESCAVABEM está a considerar a hipótese de alugar uma segunda escavadora, o que lhe acarretará um encargo de 150 €/hora. Sabendo que o custo de imobilização dos camiões (incluindo o período de carga) é de 40 €/hora, diga se se deve (ou não) alugar a segunda escavadora, tendo em vista a minimização do custo de funcionamento do sistema.

Nota: Por razões de segurança, cada camião só pode ser carregado por uma escavadora.

Exame de 20/7/2002